

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื่องด้วยการวิจัยครั้งนี้ มีจุดประสงค์ในการเสนอแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนา  
สำนึกเกี่ยวกับจำนวนในเนื้อหาเศษส่วนและทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 1  
ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ความสำคัญของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

ตอนที่ 2 ความหมายของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

2.1 ความเข้าใจในความหมายของจำนวน

2.2 การใช้ตัวอ้างจริง

2.3 การคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น

2.4 การประมาณค่า

2.5 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตอนที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนและการประเมินผล  
สำนึกเกี่ยวกับจำนวน

3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

3.2 การประเมินผลสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

#### ตอนที่ 1 ความสำคัญของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

สำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก นักเรียนควรได้รับการ  
พัฒนามาตั้งแต่ระดับอนุบาลเพราะว่า ผู้ที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีลักษณะที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนและการ  
นำคณิตศาสตร์ไปใช้ ดังเช่น แคสต์เนอร์ (Kastner. 1989 : 40) กล่าวว่า ผู้มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมี  
ลักษณะดังต่อไปนี้

1. ผู้มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีความสามารถ และความมั่นใจในการตัดสินใจเกี่ยวกับผลลัพธ์  
ได้อย่างสมเหตุสมผล

2. ผู้มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับประสบการณ์ในชีวิตได้มาก  
ขึ้น และนำไปสู่การตัดสินใจที่ง่ายขึ้น

3. ผู้มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความสามารถในเชิงนามธรรมทางคณิตศาสตร์มากขึ้นอย่าง  
ต่อเนื่อง จากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม

ฮาวเดน (Howden. 1989 : 6-7) ได้กล่าวว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนสร้างขึ้นภายในความคิดของ  
นักเรียนอย่างเป็นธรรมชาติทำให้เกิดความมั่นใจในคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เข้าใจได้ มีเหตุมีผล ไม่ใช่การ  
จำกฎเกณฑ์ต่างๆ ไปใช้เท่านั้น เช่น นักเรียนที่สามารถตัดสินใจได้ว่า คำตอบที่ได้จากการคำนวณของตนเองนั้น  
มีความสมเหตุสมผล และตระหนักว่ามีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี จะเกิดความมั่นใจในความสามารถ  
ของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีผลการวิจัยที่พบว่าความมั่นใจการเรียนคณิตศาสตร์มีอิทธิพล

ต่อการตัดสินใจศึกษาคณิตศาสตร์ต่อในอนาคตของนักเรียน (Pedersen , Bleyer & Elmore. 1985 : 45 - 49 )

ริสและคณะ (Reys and others. 1991 : 3 – 5) กล่าวสนับสนุนว่า ผู้ที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวน จะสามารถนำจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมตามสถานการณ์ สามารถนำไปใช้ในการคิดคำนวณในใจ การแก้โจทย์ปัญหา การคิดขั้นสูง การประมาณ และสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลได้

โรเนา (Ronau. 1988 : 437) เน้นความสำคัญของสำนึกเกี่ยวกับจำนวนว่า เป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า การหาค่าใกล้เคียง และการแก้โจทย์ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นเรื่องหนึ่งที่ยากสำหรับนักเรียน แม้จะนำวิธีการต่าง ๆ มาใช้แล้วก็ตาม สำนึกเกี่ยวกับจำนวนนับว่ามีความสำคัญต่อการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเพราะสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะช่วยให้ นักเรียนบอกได้ว่า คำตอบของปัญหานั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา ลดความกลัวในการแก้โจทย์ปัญหาลง โดยเฉพาะการคิดโดยการประมาณค่าและการคิดคำนวณในใจเป็นตัว ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสำเร็จในกระบวนการแก้ปัญหา ความรู้และความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดของจำนวนกับแนวคิดของการดำเนินการของจำนวน จะช่วยส่งเสริมพัฒนาการแก้ปัญหา และสามารถทำให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นในสถานการณ์ที่พบ (Dougherty & Crites. 1989 : 22 – 23) นอกจากนี้ ในสถานการณ์นอกห้องเรียนยังสามารถนำสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมาใช้ในเรื่องของการวัด เช่น ความยาว ความสูง พื้นที่ ปริมาตรและความเร็ว เป็นต้น ผู้ที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะสามารถประมาณในแง่การวัดสิ่ง เหล่านี้ได้ ในสถานการณ์ต่างๆอย่างสมเหตุสมผล (Hope. 1989 : 14 15)

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านเชื่อว่านักเรียนที่ด้อยความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ (mathematical disabilities) ถ้าจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมสำนึกเกี่ยวกับจำนวนตั้งแต่เริ่มต้น เรียนคณิตศาสตร์จะสามารถลดความล้มเหลวในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังนั้นการสร้างสำนึก เกี่ยวกับจำนวนให้นักเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจะช่วยนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์สามารถ ประสบความสำเร็จได้ (Gersten & Chard. 1999 : 1 – 4 ; citing Greiffin and others. 1994)

ในเมื่อสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีคุณค่าและมีความสำคัญ จึงต้องมีการพัฒนาและบรรจุไว้ใน หลักสูตร ดังการเสนอของนักการศึกษาหลายท่านในหนังสือ Everybody Counts (National Research Council. 1989. 46) ที่กล่าวว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนเป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ใน ระดับชั้นประถมศึกษา นอกจากนี้สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้ออกหนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ในปี ค.ศ. 1989. เสนอว่า ให้เน้นและให้ความสำคัญกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงระดับมัธยมศึกษา โดยเฉพาะในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 (ประถมศึกษาปีที่ 4) ได้เสนอไว้เป็นมาตรฐานหลักอันหนึ่ง หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ออกหนังสือหลักการและมาตรฐาน คณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ยังคงให้ความสำคัญกับการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน แมคอินทอช ริสและริส (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 3) ให้ ความเห็นว่า โรงเรียนควรจะให้ให้ความสำคัญใน การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียน ในประเทศไทยใน คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

ของนักเรียน โดยกำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 -3 และ ประถมศึกษาปีที่ 4- 6 (สสวท. 2545: 8)

จากที่กล่าวมามีนักการศึกษาหลายท่านและหลายกลุ่มของนักคณิตศาสตร์ศึกษา มีความเห็นร่วมกันว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการพัฒนา เพราะว่าเป็นสิ่งที่ส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่างๆ ดังเช่น ความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการประมาณค่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนอกจากนี้สำนึกเกี่ยวกับจำนวนยังมีความสำคัญกับเจตคติของนักเรียน กล่าวคือ ช่วยสร้างให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป ดังนั้นควรเป็นจุดประสงค์หลักข้อหนึ่งของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษา

## ตอนที่ 2 ความหมายของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

สำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้นนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ไว้ดังนี้

สำนึกเกี่ยวกับจำนวนเกิดขึ้นมาในความคิดของแต่ละบุคคลอย่างเป็นธรรมชาติ (Reys and others. 1995 : 1) แมคอินทอช รีส์และรีส์ (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 2 – 8) กล่าวว่า สำนึกเกี่ยวกับ จำนวน หมายถึง ความเข้าใจในจำนวนและการดำเนินการของจำนวนของแต่ละบุคคล ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการนำไปใช้ได้อย่างยืดหยุ่นสำหรับการตัดสินใจทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาทวิวิธีที่มีประโยชน์ในการใช้จำนวน และการดำเนินการของจำนวน สำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีบทบาทที่สำคัญเกี่ยวข้องกับ 3 อย่างคือ แนวคิดเกี่ยวกับจำนวน (number concepts) การดำเนินการของจำนวน (operations with numbers) และการนำจำนวนและการดำเนินการของจำนวนไปใช้ (application of numbers and operations) ซึ่งสอดคล้องกับ ทอมป์สันและ รัทเมลล์ (Thompson & Rathmell. 1989 : 2 – 3) ให้ความหมายสำนึกเกี่ยวกับจำนวน หมายถึง ความเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ต่างๆของจำนวน ความเข้าใจในขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน ความเข้าใจผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน และความเข้าใจในการอ้างอิงเชิงปริมาณและการวัดในชีวิตประจำวัน

กรีน (Greeno. 1991 : 170 – 173) กล่าวว่า สำนึกเกี่ยวกับจำนวนหมายถึงสิ่งสำคัญหลายๆ ด้านที่ประกอบด้วยความสามารถดังนี้ การคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (flexible mental computation) การประมาณเชิงตัวเลข (numerical estimation) การตัดสินใจเชิงปริมาณ (quantitative judgment)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้เผยแพร่หนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (NCTM. 1989 : 39 – 40) กล่าวว่าเด็กที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนที่ดีจะต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีความเข้าใจอย่างดีในความหมายของจำนวนต่างๆ
2. รับรู้ความสัมพันธ์อย่างหลากหลายของจำนวน
3. ตระหนักถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
4. รู้ผลเชิงสัมพัทธ์ต่างๆ ของการดำเนินการของจำนวน
5. ใช้ตัวอ้างอิงสำหรับวัดสิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

ในการศึกษาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนกับนักเรียนในประเทศไต้หวัน รีส์และแยง (Reys & Yang, 1998 : 225 - 237) ได้กล่าวถึงลักษณะของการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ไว้ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความหมายของจำนวนอย่างดี
2. มีความเข้าใจในการแยกและรวมจำนวน
3. มีความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์และขนาดของจำนวน
4. มีการใช้ตัวอย่างอื่น
5. มีความเข้าใจถึงผลของการดำเนินการ
6. มีความยืดหยุ่นในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการบนจำนวนไปใช้กับ

สถานการณ์ในชีวิตจริง

ความเห็นข้างต้นคล้ายคลึงกับของสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา แต่แยกแยะและเพิ่มเติมขึ้นเป็น 6 ข้อ ในขณะที่ ชาวเคอร์ (McChesney & Biddulph, 1994 : 7 - 10 ; citing Sowder, 1992 : 18-20) ได้แยกแยะถึงลักษณะของการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนในความหมายถึงความสามารถเกี่ยวกับจำนวนในด้านต่างๆ ไว้ 9 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ เช่น เด็กสามารถคิดได้ว่า  $12 \times 15$  จะง่ายขึ้นถ้าเปลี่ยนเป็น  $6 \times 30$  หรือ  $12 \times 25$  สามารถเปลี่ยนเป็นเศษหนึ่งส่วนสี่ของ 12 คูณด้วย 100 เพราะว่า 25 คือ  $\frac{100}{4}$
2. ความสามารถในการตระหนักถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน การรู้ว่า  $\frac{1}{3}$  มากกว่า  $\frac{1}{4}$  หรือรู้ว่าผลต่างระหว่าง 3 และ 5 มีค่าเท่ากับผลต่างระหว่าง 123 และ 125 ถึงแม้ว่า 3 และ 5 จะมีค่าน้อยกว่า 123 และ 125 มาก
3. ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวนเช่น สามารถบอกได้ว่าไม่มีใครสามารถนำเหรียญเซ็นต์จำนวน 250 เหรียญ ใส่ในมือข้างเดียวได้หมด หรือต้องใช้จำนวนรถบรรทุกหลายคันในการบรรทุกกะหนึ่งล้านตัว
4. ความสามารถในการใช้ตัวอย่างอื่น เช่น ใช้ 1 เป็นตัวอย่างอื่นในการหาผลบวกระหว่าง  $\frac{7}{8}$  และ  $\frac{9}{10}$  ซึ่งควรจะมีค่าน้อยกว่าสองเล็กน้อย เพราะแต่ละตัวมีค่าน้อยกว่า 1
5. ความสามารถในการเชื่อมโยงจำนวนกับการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย เช่น รู้ว่า  $365 \div 0.69$  จะมีผลลัพธ์มากกว่า 365 หรือผลต่างระหว่าง 6 ดอลลาร์ และ 2.85 ดอลลาร์ สามารถคิดได้จาก นำ 2 ดอลลาร์ ออกจาก 6 ดอลลาร์ จะเหลือ 4 ดอลลาร์ แล้วเอา 85 เซนต์ ออกจาก 1 ดอลลาร์อีกครั้ง เหลือ 15 เซนต์ แล้วนำมารวมกับ 3 ดอลลาร์ ผลลัพธ์เท่ากับ 3.15 ดอลลาร์ เป็นต้น.
6. ความสามารถที่จะเข้าใจถึงผลของการดำเนินการของจำนวนต่างๆ เช่น ถ้านักเรียนรู้ว่าผลต่างระหว่าง 289 และ 348 คือ 59 แล้วผลต่างระหว่าง 289 และ 358 คือ เพิ่ม อีก 10 เป็น 69 เป็นต้น
7. ความสามารถในการคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลต่างระหว่าง 28 และ 65 ด้วยการหาผลต่างระหว่าง 30 และ 67 แทน
8. ความสามารถในการใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่นสำหรับการประมาณค่า และรู้ว่าเมื่อไรควรจะใช้การประมาณค่า

9. ความสามารถในการแสดงความสมเหตุสมผลเกี่ยวกับจำนวน เช่น นักเรียนที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลและนักเรียนสามารถพัฒนาได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับจำนวน

จากความหมายสำนึกเกี่ยวกับจำนวนที่นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้อย่างกว้างขวางในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้ความหมายของสำนึกเกี่ยวกับจำนวนในการศึกษาค้างนี้ จำกัด ใน 5 ด้าน ดังนี้ ความเข้าใจในความหมายของจำนวน ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง ความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการประมาณค่า ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยมีรายละเอียดต่อไปนี้

### 2.1. ความเข้าใจในความหมายของจำนวน

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านกล่าวว่า ลักษณะของการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนอย่างหนึ่ง คือ การมีความเข้าใจในความหมายของจำนวน (Thompson & Rathmell, 1989 : 2- 3 ; NCTM, 1989 : 39 ; McIntosh, Reys & Reys, 1992 : 2 - 8 ; Reys & Yang, 1998 : 225 - 237) ความเข้าใจในความหมายของจำนวนอาจแสดงโดยบอกความหมายของจำนวนได้ตามประสบการณ์ของตนเอง เช่น  $\frac{1}{2}$  นักเรียนคนหนึ่งบอกว่า ฉันนำเงินมา 20 บาทตอนนี้จ่ายไปแล้ว 10 บาท ฉันจ่ายไปแล้วครึ่งหนึ่ง หรือ  $\frac{1}{2}$  เป็นต้น หรือ ความสามารถในการแสดงจำนวนได้หลายรูปแบบ เช่น  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  ,  $\frac{3}{4} = 0.75$  นอกจากนี้ความสามารถในการแยกจำนวน (decomposition) และรวมจำนวน (recomposition) ซึ่งช่วยให้แสดงจำนวนในรูปแบบที่สมมูลกับแบบเดิมแต่ช่วยให้ง่ายต่อการคำนวณ หรือความสามารถในการเรียงลำดับของจำนวนได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามีจำนวนที่อยู่ระหว่าง  $\frac{2}{5}$  และ  $\frac{3}{5}$  และยกตัวอย่างจำนวนได้อย่างถูกต้อง หรือความเข้าใจในขนาดของจำนวน (absolute magnitude of numbers) เช่น นักเรียนเข้าใจว่าใช้เวลานานเท่าไรในการนับ 1 ถึง 1000 หรือเธออายุมากกว่าหรือน้อยกว่า 1000 วัน เป็นการเข้าใจขนาดของจำนวน ส่วนความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เป็นความสามารถในการเปรียบเทียบจำนวนกับจำนวนอื่นได้ (McIntosh , Reys & Reys, 1992 : 2 - 8) ในขณะที่ทอมป์สันและรัทเมลล์ (Thompson & Rathmell, 1989 : 2 - 3) กล่าวถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนหมายถึง ขนาดจำนวนในเชิงเปรียบเทียบกับจำนวนอื่นและสามารถบอกถึงจำนวนที่ใกล้เคียงได้ เช่น 0.4937510 มีค่าใกล้เคียง 0.5 มากกว่า 0 และ 1 หรือบอกได้ว่า 9.8364483 มีค่าใกล้เคียงกับ 1 จากการศึกษาของมาร์โควิตส์และซาวเดอร์ (Markovits & Sowder, 1994 : 10) ได้วัดความเข้าใจในขนาดสัมพัทธ์ของนักเรียนเกรด 7 (ประถมศึกษาปีที่ 7) โดยวัดเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะในด้านการเปรียบเทียบ การเรียงลำดับ การหาจำนวนที่ใกล้เคียงและการหาจำนวนที่อยู่ระหว่างสองจำนวนที่กำหนดให้ เช่น เปรียบเทียบระหว่าง  $\frac{5}{7}$  กับ  $\frac{5}{9}$  หรือ  $\frac{5}{6}$  กับ  $\frac{9}{10}$  หรือเรียงลำดับจำนวน 0.73, 1.004 , 0.6992 , 3 , 0.8 ได้ และหาว่า  $\frac{3}{8}$  หรือ  $\frac{7}{13}$  ใกล้กับ  $\frac{1}{2}$  มากกว่ากัน เป็นต้น

ดังนั้นในการศึกษาค้างนี้ความเข้าใจในความหมายของจำนวนจะกล่าวรวมถึงความเข้าใจความหมายของจำนวนในลักษณะที่เป็นขนาดมากน้อยและรวมทั้งขนาดสัมพัทธ์ด้วย

การพัฒนาความเข้าใจในความหมายของจำนวน มีความสัมพันธ์กับการนับ ค่าประจำหลัก ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 3 – 7 ; Schwartz & Riedesel. 1994 : 84 – 94 ; Holmes. 1995 : 73 – 97) การนับเป็นพื้นฐานของการเรียงลำดับและการเปรียบเทียบจำนวน (NCTM. 1989 : 39) การส่งเสริมให้เด็กมีความเข้าใจกระบวนการนับถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเข้าใจจำนวนทั้งความหมายของจำนวนและแนวคิดเกี่ยวกับปริมาณ (Payne & Huinker. 1993 : 43 – 71, Greeno. 1991 : 170 – 218) แมคอินทอชและคณะ ได้แนะนำให้ขยายการนับจำนวนเต็มไปสู่การนับจำนวนตรรกยะ เช่น ในการนับจำนวนทศนิยมโดยนับเพิ่มครั้งละ 0.10 จาก 0 ถึง 10 ดังนี้ 0.00 , 0.10 , 0.20 , 0.30 , 0.40 , 0.50 , 0.60 , 0.70 , 0.80 , 0.90 , 1.00 , 1.10, ..., 10.00 หรือจาก 0 ถึง 1 โดยนับครั้งละ 0.01 เป็นต้น (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 5 – 6)

ค่าประจำหลักเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับระบบจำนวนที่เราใช้อยู่ นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านให้ความสำคัญกับค่าประจำหลักกว่าการได้รับการพัฒนาตั้งแต่ระดับเริ่มต้น (Reys and others. 1998:117; Schwartz & Riedesel. 1994 : 89 – 90) การเขียนในรูปการกระจาย เช่น  $100 + 30 + 6$  เป็นเครื่องมือที่ดีอันหนึ่งในการสอนให้เด็กเข้าใจค่าประจำหลักได้ง่ายขึ้น (Heddens & Speer. 1995 : 80) นอกจากนี้การเข้าใจค่าประจำหลักเป็นสิ่งสำคัญในการเข้าใจทศนิยม การจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจค่าประจำหลัก ครูควรใช้สถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความหมายของทศนิยมได้ดังตารางค่าประจำหลัก เช่น 179.322 นำมาเขียนในตารางดังนี้

1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
$(10 \times 10 \times 10)$	$(10 \times 10)$	(10)	(1)	$(\frac{1}{10})$	$\frac{1}{(10 \times 10)}$	$\frac{1}{(10 \times 10 \times 10)}$
0	1	7	9	3	2	2
พัน	ร้อย	สิบ	หน่วย	ส่วนสิบ	ส่วนร้อย	ส่วนพัน

เมื่อนักเรียนเข้าใจค่าประจำหลักก็สามารถนำไปใช้ในการบวกและการลบทศนิยม ดังตัวอย่างเช่น จงหาผลบวกของ  $4.3 + 3.4$  นักเรียนสามารถแสดงได้หลายรูปแบบ ดังเช่น (Riedesel. 1990 : 213)

$$4 \frac{3}{10} + 3 \frac{4}{10} = 7 \frac{7}{10}$$

หรือ

หน่วย	เศษของส่วนสิบ
4	3
3	4
7	7

หรือ

4.3	$(4 + 0.3) + (3 + 0.4)$
+	
<u>3.4</u>	$= (4 + 3) + (0.3 + 0.4)$
7.7	$= 7 + 0.7$
	$= 7.7$

ครูอาจจะถามนักเรียนว่าชอบรูปแบบใดในการคำนวณ เพราะอะไร เป็นต้น

การนับและความเข้าใจค่าประจำหลัก ทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะช่วยพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและนำไปสู่ความสามารถแสดงจำนวนที่เท่ากันได้หลายรูปแบบ ดังเช่น ตระหนักได้ว่า  $2 + 2 + 2 + 2$  มีค่าเหมือนกับ  $4 \times 2$  ซึ่งมีประโยชน์ต่อการเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่าง การบวก และการคูณ หรือทราบว่า 30 นาที เป็น  $\frac{1}{2}$  ของชั่วโมง หรือ  $30 = \frac{60}{2}$  หรือ  $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$  หรือ  $735 = 700 + 30 + 5$  เป็นต้น (Thompson & Rathmell. 1989. 2 – 3 ; McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 6)

ดังนั้นจากการศึกษาถึงความเข้าใจในความหมายของจำนวนที่กล่าวมา ในการวิจัยครั้งนี้ความเข้าใจในความหมายของจำนวน หมายถึง นักเรียนสามารถบอกความหมายของจำนวนที่กล่าวถึงได้ตามประสบการณ์ของตนเอง สามารถเขียนจำนวนที่มีขนาดเท่ากันได้หลายรูปแบบ สามารถเปรียบเทียบจำนวนและเรียงลำดับจำนวน สามารถบอกจำนวนที่อยู่ระหว่างสองจำนวนใดๆ และสามารถบอกได้ว่าจำนวนใดมีค่าใกล้กับจำนวนที่กำหนดมากกว่ากัน

## 2.2. การใช้ตัวอ้างอิง

ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง เป็นลักษณะของการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวน (Thompson & Rathmell. 1989 : 2 – 3 ; Greeno. 1991 : 170 – 173 ; McIntosh, Reys & Reys. 1992 ; 2 – 8 ; Reys & Yang. 1998 : 225 – 237) การพัฒนาความสามารถในการอ้างอิง ทำให้นักเรียนมีทักษะในการประมาณค่า การคิดคำนวณในใจ และทำให้นักเรียนพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน (McIntosh ; Reys & Reys. 1992 : 6) ในชีวิตประจำวันตั้งแต่สมัยโบราณ มนุษย์ใช้จำนวนอ้างอิง (benchmark) ซึ่งหมายถึงตัวยึด (anchors) ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบและมีประโยชน์ในการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวน หรือการอ้างอิงเชิงปริมาณ เช่น เป็นไปไม่ได้ที่เด็กจะมีส่วนสูงถึง 10 เมตร หรือห้องเรียนห้องหนึ่งจะจุนักเรียน 3154 คน หรือสุนัขตัวหนึ่งจะมีน้ำหนัก 564 ปอนด์ สิ่งเหล่านี้เป็นประสบการณ์ตรงของแต่ละบุคคลซึ่งจะช่วยพัฒนาการอ้างอิงที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับปริมาณและการวัดในชีวิตประจำวัน (Thompson & Rathmell. 1989 : 2 – 3)

กรีน (Greeno. 1991 : 170 – 173) กล่าวถึงการนำตัวอ้างอิงไปใช้ในการประมาณค่า เช่น จากการศึกษาของมัวร์ (Moore. 1987) ที่ให้นักเรียนคำนวณว่า “ในฤดูใบไม้ร่วงของแต่ละปีในทวีปอเมริกาเหนือ มีจำนวนใบไม้ร่วงเท่าไร” เด็กผู้หญิงคนหนึ่งสามารถใช้การอ้างอิงจากขนาดของรัฐมิชิแกนที่เธอคุ้นเคย

เปรียบเทียบกับสิ่งต่างๆไปเรื่อยๆ จนสุดท้ายเธอสามารถประมาณจำนวนใบไม้ที่ร่วงในทวีปอเมริกาเหนือตามต้องการได้ หรือในการประมาณค่าคำตอบของ  $2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} = \square$  นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคำตอบควรมากกว่า 6 เพราะว่า  $\frac{2}{3}$  มากกว่า  $\frac{1}{2}$  เป็นต้น (Glatzer & Glatzer. 1989:39)

การใช้ตัวอ้างอิงในการเปรียบเทียบจำนวน เช่น บอกได้ว่า  $\frac{5}{8}$  มากกว่า  $\frac{1}{2}$  เล็กน้อย แต่น้อยกว่า  $\frac{3}{4}$  หรือเด็กคนหนึ่งมีน้ำหนัก 50 กิโลกรัมสามารถนำไปเปรียบเทียบได้ว่า ผู้อื่นมีน้ำหนักมากหรือน้อยกว่าตน (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 6) นักเรียนควรมีความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิงที่ง่าย เช่น  $\frac{1}{2}$  หรือ 1 ในการเปรียบเทียบจำนวน ได้อย่างรวดเร็ว (NCTM. 2000 : 149)

การใช้ตัวอ้างอิงในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ เช่น การที่นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคำตอบที่ได้รับมีโอกาสถูกหรือผิด ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการทำคณิตศาสตร์เช่น  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$  เป็นคำตอบที่ผิด เพราะว่า  $\frac{2}{3}$  มีค่ามากกว่า  $\frac{1}{2}$  ดังนั้นคำตอบต้องมีค่ามากกว่า 1 แต่  $\frac{3}{5}$  มีค่าไม่ถึง 1 หรือ  $0.3 + 0.7 + 0.5 = 0.15$  นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า คำตอบต้องมากกว่า 1 เพราะว่า 0.7 มีค่ามากกว่า 0.5 ในที่นี้ใช้ 0.5 เป็นตัวอ้างอิง (Glatzer & Glatzer. 1989 : 38) หรือการใช้ 0.5 เป็นตัวอ้างอิงในการหารดังนี้  $426.5 \div 0.469$  คำตอบคือ มีค่ามากกว่า 426.5 เพราะว่าถ้าหารด้วย 0.5 จะได้คำตอบเป็น 2 เท่าของ 426.5 คือ 853 ดังนั้นคำตอบที่แท้จริงต้องมากกว่า 853 เพราะว่า 0.469 มีค่าน้อยกว่า 0.5 คำตอบที่ได้จะมีค่ามากขึ้น (Markovits and others. 1989 : 53)

การพัฒนาการใช้ตัวอ้างอิง ควรพัฒนามาตั้งแต่ระดับต้น เช่น เด็กบอกได้ว่า 4 หมายถึงน้อยกว่า 5 อยู่ 1 และ 8 หมายถึง มากกว่า 5 อยู่ 3 แต่น้อยกว่า 10 อยู่ 2 นอกจากนี้การทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับการให้นักเรียนบอกจำนวนที่กล่าวถึงมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนที่กำหนดเป็นการพัฒนาการใช้ตัวอ้างอิง (Reys and others. 1998 : 105 - 106) ในระดับสูงขึ้นในการเรียนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม ถ้านักเรียนตระหนักได้ว่า  $\frac{1}{2}$  มีค่าเท่ากับ 0.5 แล้ว นักเรียนสามารถนำความรู้นี้ไปใช้ในการเปรียบเทียบได้ว่า 0.4 และ 0.45 มีค่าน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  หรือ 0.6 และ 0.57 มีค่ามากกว่า  $\frac{1}{2}$  (NCTM. 1989 : 2 - 3) นักเรียนควรมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในธรรมชาติของระบบจำนวน ดังเช่น จำนวน 786 หมายถึง  $7 \times 100$  บวกด้วย  $8 \times 10$  บวกด้วย  $6 \times 1$  และควรจะรู้ตำแหน่งของจำนวนนี้ในระบบฐานสิบรวมทั้งความสัมพันธ์ของจำนวนนี้เมื่อเทียบกับตัวอ้างอิงต่างๆ เช่น 500, 750, 800, 1000 เป็นต้น (NCTM. 2000 : 149 )

ดังนั้นจากการศึกษาถึงความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิงที่กล่าวมาสำหรับในการวิจัยครั้งนี้ หมายถึง นักเรียนสามารถใช้ตัวอ้างอิงในการเปรียบเทียบจำนวน สามารถใช้ตัวอ้างอิงในการประมาณค่า และสามารถใช้ตัวอ้างอิงในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

### 2.3. การคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่าน กล่าวว่า ผู้ที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับจำนวนโดยการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (Reys and others.1991 : 3 - 5 ;



Sowder. 1990 : 20 ; McChesney & Biddulph. 1994 : 7 – 8) ดังนั้น หลายท่านได้ให้ความหมายของการคิดคำนวณในใจและกล่าวถึงความสำคัญดังนี้

การคิดคำนวณในใจ หมายถึง การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้หัวใจอย่างเดียว ไม่มีเครื่องมืออื่นๆ มาช่วย เช่น กระดาษ ดินสอ นิ้วมือ นิ้วเท้า หรือเทคโนโลยีอื่นๆ (Reys. 1986 : 22 ; Allinger & Payne. 1986 : 145 ; Scott. 1987 : 1409 – A ; McChesney & Biddulph. 1994 : 10 ; Reys and others. 1995 : 304) นอกจากนี้กลวิธีการคิดคำนวณในใจ (mental arithmetic) อาจมีรูปแบบการคิดที่แตกต่างไปจากที่ครูได้สอนในห้องเรียนอาจเป็นกลวิธีที่นักเรียนคิดขึ้นมาเองอย่างหลากหลาย (Hagekamp. 1986 : 116) ในขณะที่ แมคอินทอชและคณะ (McIntosh and others. 1997 : 322) กล่าวว่า นอกจากกลวิธีการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่นแล้ว ผู้คิดคำนวณในใจอาจใช้รูปแบบการคิดเหมือนการทำในห้องเรียน ตามแบบขั้นตอนเลขคณิตที่ใช้กระดาษ – ดินสอ ก็ได้

ชาวเดอร์ (Sowder. 1992 : 380) กล่าวว่า การคิดคำนวณในใจหมายถึง การแก้ปัญหาอย่างรวดเร็วด้วยการใช้หัวใจอย่างเดียว ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้ให้ความหมายเลขคิดในใจหมายถึง การฝึกทักษะการคิดคำนวณให้สามารถคิดคำนวณได้เร็วและถูกต้องภายใน

การคิดคำนวณในใจมีความสำคัญ และมีความสัมพันธ์กับสำนึกเกี่ยวกับจำนวนอย่างมาก แมคอินทอชและคณะ (McIntosh and others. 1997 : 322 – 323) กล่าวว่า การคิดคำนวณในใจช่วยเสริมให้นักเรียนเข้าใจในแนวคิดของระบบจำนวน สมบัติต่างๆ ของจำนวน การดำเนินการของจำนวน ดังนั้นการคิดคำนวณในใจเป็นส่วนหนึ่งของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

เวเบอร์ (Weber. 1999 : 40 : 41) กล่าวว่า การทำกิจกรรมเกี่ยวกับการคิดคำนวณในใจสามารถช่วยพัฒนาและส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดของคณิตศาสตร์มากขึ้นซึ่งสอดคล้องกับเบเบอร์แมน (Weber. 1999 : 40 ; citing Beberman. 1959) โดยเบเบอร์แมน กระตุ้นให้เน้นการคิดคำนวณในใจ เพราะการคิดคำนวณในใจเป็นวิธีที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่ได้เด็กมีอิสระในการใช้เทคนิคต่างๆ ในการคิด และการคิดคำนวณในใจยังช่วยเสริมให้เด็กค้นพบวิธีคิดที่ง่าย และใช้เวลาสั้นในการคำนวณ ช่วยพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวนให้ลึกซึ้งและมากขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าการส่งเสริมการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่นจะมีประโยชน์สำหรับความเข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวน รีส์ (Reys. 1984 : 549) กล่าวในทำนองเดียวกันว่าการคิดคำนวณในใจช่วยส่งเสริมความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติและโครงสร้างของระบบจำนวน นอกจากนี้ยังช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ และความคิดอิสระซึ่งทำให้นักเรียนสร้างวิธีคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่าในชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหาในห้องเรียนทั้งเด็กและผู้ใหญ่ คนส่วนใหญ่ใช้การคิดคำนวณในใจมากกว่าการใช้กระดาษ – ดินสอคำนวณ (Reys. 1999 : 11 ; Hope. 1986 : 45 - 53) ดังนั้นการพัฒนาการคิดคำนวณในใจ ทำให้นักเรียนนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมั่นใจ ชาวเดอร์ (Sowder. 1992 : 382) เน้นว่า การคิดคำนวณในใจไม่ใช่เป็นเพียงเครื่องมือที่มีประโยชน์ในชีวิตประจำวันเท่านั้น แต่สามารถทำให้นักเรียนมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนดีขึ้นด้วย

ชาวเดอร์ (Sowder, 1992 : 380 ; citing Dowker, 1988) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดคำนวณในใจกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวน โดยสัมภาษณ์นักเรียนเกรด 5 (ประถมศึกษาปีที่ 5) พบว่าการคิดคำนวณในใจกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความสัมพันธ์ทางบวก

การศึกษากลวิธีการคิดคำนวณในใจของ มาร์โควิตส์และชาวเดอร์ (Markovits & Sowder, 1988) ที่ใช้การสอนเน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีหลากหลายและไม่ได้สอนกฎเกณฑ์ให้จำ พบว่าในเกรด 6 (ประถมศึกษาปีที่ 6) นักเรียนเลือกใช้การประมาณค่า การกระจายจำนวนหรือการรวมจำนวน และการเปลี่ยนวิธีการดำเนินการ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ เรย์ส (Reys, 1986 : 3279 - A) ที่พบว่า นักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) และเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ที่มีความสามารถในการคิดคำนวณในใจอยู่ในระดับสูงและปานกลาง ใช้กลวิธีในการคิดที่หลากหลาย เช่น ใช้สมบัติการแจกแจง สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม ใช้การแปลงค่าโดยการหาจำนวนที่มีค่าเท่าเดิมแต่ให้ง่ายต่อการคำนวณในใจ และการใช้วิธีการคำนวณเช่นเดียวกับการคำนวณด้วยกระดาษ - ดินสอ

ต่อมาจากการศึกษานักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) ของมาร์โควิตส์ และ ชาวเดอร์ (Markovits & Sowder, 1994 : 14 - 16) ผลการวิเคราะห์ถึงกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการคิดคำนวณในใจ จากการสัมภาษณ์นักเรียนระหว่างการทดลองและหลังการทดลอง พบว่านักเรียนใช้กลวิธีการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่นดังนี้

1. นักเรียนใช้วิธีการคำนวณเช่นเดียวกับการคำนวณด้วยกระดาษ - ดินสอ เช่น การบวก  $236 + 49$  โดยนึกถึงการตั้งบวกในแนวตั้ง กล่าวว่าจะ วาง 236 เหนือ 49 และหาผลบวกของ 6 กับ 9 ได้ผลลัพธ์ 15 แล้วเขียน 5 ทดไปข้างหน้า 1 เป็นต้น
2. นักเรียนคิดคล้ายวิธีการคำนวณด้วยกระดาษ - ดินสอ แต่ไม่ใช้คำว่า วางเหนือหรือทอดไปข้างหน้า เช่น การหาผลคูณของ  $72 \times 5$  นักเรียนตอบว่านำ 5 ไปคูณ 2 ได้ผลลัพธ์เป็น 10 และนำ 5 ไปคูณ 7 ได้ผลลัพธ์ 35 หมายถึง 350 ดังนั้น 350 บวกกับ 10 ค่าตอบสุดท้ายเป็น 360 เป็นต้น
3. นักเรียนใช้วิธีคิดจากซ้ายไปขวา เช่น การหาผลคูณของ  $24 \times 25$  โดยพูดว่า 20 คูณ 25 ได้ผลลัพธ์ 500 และบวกเพิ่มอีก 100 เป็น 600 เพราะว่า 4 คูณ 25 เท่ากับ 100 เป็นต้น
4. นักเรียนปรับจำนวนใหม่ให้ง่ายต่อการคำนวณ เช่น การหาผลลัพธ์ของ  $86 - 38$  โดยเปลี่ยนเป็น  $88 - 40$  เป็นต้น

จากการศึกษาของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านชี้ให้เห็นถึงความสำคัญและประโยชน์ของการคิดคำนวณในใจ การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนที่มีความสัมพันธ์กับการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่นหรือกลวิธีในการคิดคำนวณในใจที่เป็นรูปแบบไม่มาตรฐานจะมีประโยชน์ต่อการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจากการศึกษาผลของการใช้ขั้นตอนเลขคณิตของ แคมมิและโดมินิค (Kamii & Dominick, 1997 : 51 - 61)

ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนโดยใช้ขั้นตอนเลขคณิตจะตอบคำถามได้ถูกต้องมากกว่า และจะมีเหตุมีผลมากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ขั้นตอนเลขคณิต

สำหรับการส่งเสริมการคิดคำนวณในใจ รีส์และคณะ (Reys and others, 1998 : 178 - 179) เสนอแนะว่า จุดประสงค์สำคัญของการคิดคำนวณในใจคือ ส่งเสริมความคิดส่วนบุคคลในการใช้กลวิธีที่มีความหมายสำหรับตนเองตั้งนั้นในห้องเรียนครูควรส่งเสริมนักเรียนด้วยกิจกรรมลักษณะดังนี้

1. พยายามคิดคำนวณในใจก่อนใช้วิธีการคำนวณด้วยกระดาษ-ดินสอ หรือใช้เครื่องคิดเลข
2. ใช้จำนวนซึ่งง่ายต่อการคิดคำนวณ เช่น

$$\begin{aligned} \$ 6.98 + \$ 7.98 + \$ 9.98 &= \square && \text{อาจใช้กลวิธีคิด ดังนี้} \\ 7 + 8 + 10 &= 25 \\ 3 \times .02 &= .06 \\ \$ 25 - .06 &= \$ 24.94 \end{aligned}$$

3. มองหากลวิธีที่ง่ายต่อการคิดคำนวณ เช่น

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 7 \times 5 &= \square && \text{อาจใช้กลวิธีคิดดังนี้} \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 6 \times 5 &= 30 \\ 30 \times 7 &= 210 \\ \text{หรือ} \quad 2 \times 5 &= 10 \\ 3 \times 7 &= 21 \\ 10 \times 21 &= 210 \end{aligned}$$

4. ใช้การให้เหตุผล เช่น

$$\begin{aligned} 15 \times 120 &= \square && \text{อาจใช้กลวิธีคิดดังนี้} \\ &&& \text{คำตอบควรเป็นครึ่งหนึ่งของผลลัพธ์} \\ &&& \text{ระหว่าง } 10 \times 120 \text{ กับ } 20 \times 120 \text{ ดังนั้นมีค่า} \\ &&& \text{ระหว่าง } 1200 \text{ กับ } 2400 \text{ นั่นคือ } 1800 \text{ หรือ} \\ &&& \text{ผลลัพธ์ คือ } 10 \times 120 \text{ บวกกับอีกครึ่งหนึ่งของ} \\ &&& 10 \times 120 \text{ นั่นคือ } 1200 + 600 = 1800 \end{aligned}$$

5. ใช้ความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน เช่น

$$\begin{aligned} 56 - 24 &= \square && \text{อาจใช้กลวิธีคิดดังนี้} \\ 50 - 20 &= 30 \\ 6 - 4 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{ดังนั้น} \quad 30 + 2 = 32 \\ \text{หรือ} \quad 54 - 24 = 30 \\ \text{ดังนั้น} \quad 56 - 24 = 32 \end{array}$$

จากการศึกษาถึงความสามารถในการคิดคำนวณในใจที่กล่าวมา ในการวิจัยครั้งนี้หมายถึง นักเรียนสามารถใช้กลวิธีการคิดคำนวณภายในใจอย่างรวดเร็วด้วยการใช้หัวใจอย่างเดียวเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยปราศจากการใช้กระดาษ ดินสอ เทคโนโลยี หรือเครื่องมืออื่นใดมาช่วยในการคำนวณ ด้วยการใช้กลวิธีการคิดคำนวณได้อย่างยืดหยุ่น

#### 2.4. การประมาณค่า

การประมาณค่า เป็นส่วนหนึ่งของดำนึกเกี่ยวกับจำนวน แวกเนอร์ (Wagner. 1993 : 43) ได้แยกลักษณะการประมาณไว้ 3 แบบ คือ หนึ่ง การประมาณจำนวน เป็นการตอบคำถามที่ว่า มีประมาณเท่าไร เช่น การประมาณจำนวนเมล็ดถั่วในขวด หรือจำนวนคนในสนาม สอง การประมาณค่าการวัด (measurement estimation) เป็นการประมาณความกว้าง ความยาว พื้นที่ น้ำหนักหรือปริมาตร เป็นต้น สาม การประมาณค่าการคำนวณ (computational estimation) เป็นการหาค่า โดยประมาณของคำตอบ ในการบวก การลบ การคูณและการหาร ได้มีผู้ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้ว่า การประมาณค่าหมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบซึ่งใกล้เคียงกับผลลัพธ์ โดยที่ความใกล้เคียงนั้นมีความเหมาะสมพอที่จะยอมรับได้ และความใกล้เคียงเหมาะสมขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของสถานการณ์นั้นๆ การหาคำตอบต้องรวดเร็วและง่าย อาจใช้กระดาษ - ดินสอ หรือเครื่องคิดเลข ขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของปัญหา (Allinger & Payne. 1986 : 145) แต่มีนักการศึกษาหลายคนที่มีความเห็นแตกต่างในกระบวนการได้คำตอบ โดยกล่าวว่า เป็นกระบวนการคิดในใจ ซึ่งเป็นการกระทำอย่างรวดเร็วโดยปราศจากเครื่องมือในการบันทึก (Reys & Bestgen. 1981 : 119; McIntosh and others. 1997 : 332)

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค. 101 (2536 : 76) ได้กล่าวถึงการประมาณค่าไว้ว่า ในการหาผลลัพธ์จากการบวก ลบ คูณ หาร เมื่อเราต้องการคำตอบที่เป็นค่าประมาณอย่างรวดเร็ว นักเรียนสามารถหาคำตอบที่ใกล้เคียงกับคำตอบจริงโดยใช้การประมาณค่า ซึ่งต้องประมาณจำนวนที่โจทย์กำหนดให้ก่อนที่จะนำไปคำนวณหาผลลัพธ์

วีส์และคณะ (Reys and others. 1998 : 183 - 190) กล่าวถึงกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่า ได้แก่ การประมาณโดยใช้เฉพาะตัวหน้า การปัด (การปัดขึ้น การปัดลง) การเปลี่ยนเป็นจำนวนที่รวมกันได้เป็น 10, 100 หรือจำนวนที่ง่ายต่อการคำนวณ เช่น ในการหาผลบวกของ  $38 + 67 + 49 + 56$  จะใช้คิดจาก  $35 + 65 + 50 + 50$  เป็นต้น และการประมาณค่าโดยใช้ค่าเฉลี่ย เช่น  $3.42 +$

## ศูนย์วิทยบริการ สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช

๒๕๔๖

120101

$2.12 + 3.78 + 2.98 + 2.50$  ประมาณค่าโดยใช้ 3 เป็นค่าเฉลี่ยแล้วคูณด้วย 6 ได้คำตอบประมาณ 18 เป็นต้น

ผลการศึกษาจากนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านเกี่ยวกับกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่าพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณค่าโดยการปัด (Gossard. 1986 : 2606 - A ; Wyatt. 1986 : 3280 - A ; Reys and others. 1991 : 39 - 57) รีส์และคณะ (Reys and others. 1982 : 183 - 201) ได้ศึกษาพฤติกรรมการคิดของนักการประมาณค่าที่ดี จากนักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ถึงเกรด 12 (มัธยมศึกษาปีที่ 6) จำนวน 59 พบว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการประมาณค่าได้แก่ การปรับใหม่ (reformation) การแปลงค่า (translation) และการชดเชย (compensation) หลังจากนั้น รีส์และคณะ (Reys and others. 1991 : 39 - 57) ได้ศึกษาถึงกลวิธีในการประมาณค่าของนักเรียนเกรด 5 (ป. 5) และเกรด 8 (ม. 2) ของประเทศญี่ปุ่น จำนวน 466 คน พบว่านักเรียนใช้กลวิธีเหมือนกับนักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกาคือ

1. การปรับใหม่ เป็นกระบวนการเปลี่ยนแปลงข้อมูลเชิงตัวเลขให้อยู่ในรูปที่สามารถคำนวณในใจได้ง่าย แต่ยังคงไว้ซึ่งโครงสร้างเดิม ซึ่งได้แก่ การใช้วิธีการปัด (rounding) การใช้วิธีคิดเฉพาะเลขโดดตัวหน้า (front - end หรือ left number) หรืออาจจะใช้วิธีการแทนด้วยจำนวนซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับจำนวนเดิม (original number) เพื่อให้ง่ายต่อการคิด ตัวอย่างเช่น ต้องการหา  $0.24 \times 439$  ก็ใช้  $0.2 \times 400$  แทน เพื่อได้คำตอบ 80 เป็นต้น

2. การแปลงค่า เป็นกระบวนการเปลี่ยนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในใจเพื่อให้ง่ายในการคิดคำนวณในใจ เช่น  $0.24$  เป็น  $\frac{1}{4}$  และสามารถหาร 440 ด้วย 4 ได้เท่ากับ 110 เพราะฉะนั้นเป็นคำตอบประมาณ 110

3. การชดเชย เป็นการปรับคำตอบที่ได้จากการประมาณค่าเพื่อชดเชยความผิดพลาดที่เกิดจากค่าใกล้เคียงที่ได้ เช่น  $0.24 \times 439$  เมื่อใช้วิธีคิดน้อยลง ในข้อ 1 จะได้ค่าประมาณ 80 แต่นักประมาณค่าที่ดีมักจะเพิ่มค่าของคำตอบอีกเล็กน้อย เพื่อชดเชยจากการที่ได้ประมาณค่าโดยลดจำนวนเดิมลงไป และเมื่อใช้การปัดให้มากขึ้นในข้อ 2 จะได้คำตอบประมาณ 110 เพราะฉะนั้น คำตอบน่าจะอยู่ประมาณ 90

นอกจากนี้ นักเรียนทั้ง 2 ประเทศใช้กลวิธีที่เหมือนกันได้แก่ ใช้เฉพาะตัวหน้าเปรียบเทียบจำนวนและการปัด นักเรียนญี่ปุ่นมีความสามารถในการคิดคำนวณในใจมากกว่านักเรียนอเมริกัน โดยที่นักเรียนญี่ปุ่นมีแนวโน้มที่จะนำยุทธวิธีการคิดแบบแสดงวิธีทำมาคิดคำนวณในใจเพื่อใช้ในการประมาณค่า

แฮนสันและโฮแกน (Hanson & Hogan. 2000 : 486 - 496) ได้ศึกษาทักษะการประมาณค่า ของนักศึกษามหาวิทยาลัย จำนวน 77 คน ปรากฏว่านักศึกษาส่วนมากตอบถูกในใจหยาบที่เป็นการบวก การลบ จำนวนเต็มบวก และทำได้ไม่ดีในการคูณ การหารทศนิยม กับการลบเศษส่วน

นิวัติ อุดมพันธ์ (2534 : 121 - 122) ได้ศึกษาเรื่อง ความสามารถในการประมาณค่าของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 421 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสามารถในการประมาณค่าร้อยละ 60.89 กลวิธีที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่ามี 5 วิธี คือ การปิดเศษมาตรฐาน การยึดตัวหน้าเป็นหลัก การปิดเศษอื่นๆ การใช้จำนวนที่ทดแทนกันได้ และการชดเชย

ชาวเดอร์ และ วิลเลอร์ (Sowder & Wheeler, 1989 : 132) ได้สรุปองค์ประกอบเกี่ยวกับทักษะการประมาณค่าจากการศึกษากับนักเรียนใช้กลวิธีการปรับใหม่ซึ่งได้แก่ การปิด การใช้เฉพาะตัวหน้า การใช้ค่าเฉลี่ยและการเปลี่ยนรูปให้ง่ายต่อการคำนวณ นอกจากนี้นักเรียนยังใช้การแปลงค่าและการชดเชย

การพัฒนาทักษะการประมาณค่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรจัดบรรยากาศที่ส่งเสริมดังเช่น แทรฟตัน (Traffon, 1986 : 16 - 30) เสนอแนะให้ครูสร้างความมั่นใจในการประมาณค่าแก่นักเรียน โดยสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริม ดังนี้

1. แนะนำเรื่องการประมาณค่า ด้วยตัวอย่างที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน
2. ใช้ตัวอย่างง่าย ๆ ในขั้นแรก และที่สำคัญก็คือ ควรหลีกเลี่ยงการกำหนดให้นักเรียนประมาณค่าอย่างแม่นยำมากเกินไป เน้นถึงสถานการณ์ที่เราต้องอาศัยค่าประมาณเพียงอย่างเดียว
3. ยอมรับในคำตอบที่หลากหลายของนักเรียน โดยนักเรียนต้องเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากการประมาณค่าไม่ได้มีคำตอบใดคำตอบหนึ่งเพียงคำตอบเดียว
4. ดึงใจโดยใช้ประมาณค่าแล้วอภิปราย ครูตั้งโจทย์ แล้วให้นักเรียนคิดในใจ การอภิปรายทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนวิธีการคิดระหว่างกัน เป็นการช่วยทำให้เกิดความรู้ใหม่ และกลวิธีเพิ่มขึ้น
5. เน้นการประมาณให้เป็นไปอย่างปกติ นั่นคือ ทำให้นักเรียนเห็นว่าการประมาณค่าเป็นเรื่องธรรมดาของวิชาคณิตศาสตร์ ในเรื่องนี้ แทรฟตันเน้นว่า การแยกเป็นบทเรียนพิเศษ จะได้ผลน้อย ดังนั้น ควรทำให้เป็นปกติโดยสอนผ่านกิจกรรมต่าง ๆ

องค์ประกอบการพัฒนา รีส์ (Reys and others, 1998 : 42 - 44) กล่าวว่า การสอนควรให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเรื่อง ค่าประจำหลัก การบวก ลบ คูณ หาร เช่นการคูณด้วย 10 , 100 หรือการบวกที่ผลบวกเป็น 10, 100 เป็นต้น เพื่อนำมาใช้ในกลวิธีการประมาณค่า นอกจากนี้ รีส์ กล่าวว่า ควรมีการฝึกและการทดสอบโดยเฉพาะควรมีการอภิปรายถึงกลวิธีที่นักเรียนคิด สอดคล้องกับโลบาโต (Lobato, 1993 : 348) เห็นว่า สิ่งที่สำคัญสำหรับการสร้างกลวิธีคิดของตนเอง นักเรียนควรได้แลกเปลี่ยนกลวิธีการประมาณค่าระหว่างกันในห้องเรียน ดังนั้น ในการประเมินการเป็นนักประมาณที่ดี (good estimator) จากการศึกษาของชาวเดอร์ (Sowder, 1992 : 375) กล่าวว่าต้องมีลักษณะดังนี้

1. มีความยืดหยุ่นในการคิด
2. มีการใช้กลวิธีในการคิดที่หลากหลาย

3. มีความเข้าใจในจำนวนและการดำเนินการของจำนวน ซึ่งจะต้องแสดงให้เห็นอย่างต่อเนื่องและเพิ่มขึ้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ความสามารถในการประมาณค่า หมายถึงนักเรียนมีความสามารถในการหาคำตอบโดยประมาณอย่างรวดเร็วและยืดหยุ่นซึ่งมีค่าใกล้เคียงพอที่จะยอมรับได้ตามสถานการณ์นั้นๆ โดยไม่จำเป็นต้องได้คำตอบที่ถูกต้อง (exact answer)

## 2.5. การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านกล่าวว่า ผู้ที่มีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีความมั่นใจในการพิจารณาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล (Kastner. 1989 : 40 ; Howden. 1989 : 6 - 7 ; Hope. 1989 : 12) ในขณะที่ ซาวเดอร์ (Sowder. 1992 : 18 - 19) กล่าวว่า ความเข้าใจในความสมเหตุสมผลของคำตอบเป็นความสามารถที่แสดงถึงการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวน เช่น บอกได้ว่า ผลบวกของจำนวนที่มีสองหลัก 2 จำนวน มีค่ามากกว่า หรือน้อยกว่า 100 เพราะอะไร

ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบอาจใช้ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง ความสามารถในการประมาณค่า และความเข้าใจในความหมายของจำนวนมาเป็นตัวช่วยได้ เช่น ใช้ 1 เป็นตัวอ้างอิงในการหาผลบวกระหว่าง  $\frac{7}{8}$  และ  $\frac{9}{10}$  ซึ่งควรจะมีค่าน้อยกว่า 2 เล็กน้อย แต่มากกว่า 1 เพราะแต่ละตัวมีค่าน้อยกว่า 1 เล็กน้อย หรือ 0.98 มีค่าใกล้กับ 1 และ  $\frac{4}{9}$  น้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  เล็กน้อย เป็นต้น หรือรู้ว่า ผลคูณของ 2.946 และ 3.1 มีค่าประมาณ 3 เท่าของ 3 หรือ  $\frac{2}{5} \times 118$  มีค่าประมาณ 50 เพราะอย่างน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของ 118 (Thompson & Rathmell. 1989 : 2 - 3 ; Reys and others. 1991 : 3 - 5 ; McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 2 - 8 ; Greeno. 1991 : 170 - 173 ; Sowder. 1992 : 18 - 19) ในการพิจารณาโจทย์ปัญหา โลบาโต (Lobato. 1993 : 348) ได้ยกโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนพิจารณาคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การประมาณค่าดังนี้ สมมติว่า “นักเรียนไปซื้อของจำนวน 6 ชนิด ด้วยราคาดังต่อไปนี้ 2.53 , 4.59 , 2.83 , 3.59 , 0.56 , 1.67 ดอลลาร์ ตามลำดับ เจ้าหน้าที่เก็บเงินบอกนักเรียนว่า ราคาทั้งหมด 18.37 ดอลลาร์ นักเรียนคิดว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ” ถ้านักเรียนใช้การปัดขึ้นจะได้คำตอบเพียง 18 ดอลลาร์ นักเรียนก็สามารถบอกได้ว่า เจ้าหน้าที่คิดเงินไม่ถูกต้อง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 29 - 31) เสนอว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพิจารณาหรือตัดสินคำตอบของตนเองได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลจะพัฒนาจากการจัดกิจกรรมหรือประสบการณ์ต่างๆ ของนักเรียน จะมีประโยชน์ต่อการสร้างความมั่นใจกับนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์

การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล การสอนให้คิดอย่างมีเหตุผล สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาตามปกติ แต่ปรับเปลี่ยนกระบวนการสอน ที่เพิ่มความสามารถในด้านการคิดและการให้เหตุผลของผู้เรียน (Brandt. 1984 : 3)

เนื่องจากความสามารถในการคิดการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกอย่างต่อเนื่อง ด้วยกิจกรรมหรือประสบการณ์ที่หลากหลาย จากชั้นเรียนที่มีบรรยากาศการเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย การอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและชี้แจงเหตุผลในการสรุป (Lappan & Schram.1989 : 18 - 19) บรรยากาศในชั้นเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนบอกวิธีการคิดเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกเพียงอย่างเดียว (Rowan & Marrov. 1993 : 16 - 18 ; NCTM. 1989 : 6) บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายและแสดงเหตุผลในข้อสรุปที่ตนเองมีพร้อมทั้งสามารถยืนยันความสมเหตุสมผลได้

ในการศึกษาของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนพบว่า นักเรียนบางกลุ่มประสบความสำเร็จและบางกลุ่มยังไม่สามารถที่จะแสดงความสามารถในการให้เหตุผลได้ดังเช่น

จากการศึกษานักเรียนเกรด 9 (มัธยมศึกษาปีที่ 3) เป็นรายบุคคลของ วายเอ็ด (Wyatt 1986 : 3280 - A) พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีแนวคิดเกี่ยวกับความสมเหตุสมผลที่ดีและการนำไปใช้ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลจากการประมาณค่ายังไม่ดีพอ

กมลชนก พิพัฒน์ชัยนันท์ (2538 : 60) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผลและมีติสัมพันธ์ในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้นๆหลายช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบแบ่งเป็นระยะ 3 ช่วง และนักเรียนที่ได้รับการฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้ศึกษาผลการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าด้านการให้เหตุผล นักเรียนสามารถสรุปผลและอธิบายเหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาพร้อมทั้งยืนยันคำตอบที่หาได้ชัดเจนขึ้น

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ.(2542) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครูมีแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



งานวิจัยแสดงให้เห็นว่านักเรียนบางส่วนยังไม่มีความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ แต่ถ้าแทรกกิจกรรมที่ส่งเสริมการให้เหตุผลและพิจารณาความสมเหตุสมผลในการสอนเนื้อหาตามปกติ จะสามารถช่วยให้นักเรียนมีความสามารถมากขึ้น

จากการศึกษาถึงการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในการวิจัยครั้งนี้ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบหมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ หรือแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับจำนวนมาอธิบายหรือแสดงได้ว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผล

### ตอนที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน และการประเมินผล

#### 3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สำคัญๆ ไว้ดังนี้

รีส์และคณะ (Reys and others. 1991:5 - 11) กล่าวว่า การสอนเพื่อพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ไม่ใช่จัดเป็นเนื้อหาเน้นเป็นพิเศษแต่ควรแทรกอยู่ในทุกส่วนของการสอนคณิตศาสตร์พร้อมทั้งจัดกิจกรรมที่เน้นให้เห็นว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีความหมายและมีประโยชน์ ครูมีความสำคัญมากในการสร้างสำนึกเกี่ยวกับจำนวนโดยการจัดบรรยากาศห้องเรียน โดยการใช้แบบฝึกที่ครูสร้างขึ้น และโดยกิจกรรมที่ครูเลือกสรร รีส์และคณะ ได้เสนอกิจกรรมการเรียนรู้การสอนควรมีลักษณะมีดังต่อไปนี้

##### 1. สร้างบรรยากาศและสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน

อันดับแรกครูควรสร้างสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทดลอง ได้ตั้งคำถาม ได้ค้นหาคำตอบ ได้ตัดสินใจความสมเหตุสมผล ได้ร่วมกันตั้งสมมติฐาน ได้ร่วมกันให้เหตุผลและได้สรุปผล ตัวอย่างเช่นในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครูอาจจะตั้งคำถามว่า " ถ้าจำนวนเต็มบวกคูณด้วยเศษส่วนที่น้อยกว่าหนึ่งผลคูณจะเป็นอย่างไร " ให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตนเองและมีโอกาสได้สรุปกระบวนการหาคำตอบ โดยครูเป็นเพียงผู้เสนอแนะจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบเพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา ควรเปลี่ยนไปเป็นการอภิปรายวิธีการหาคำตอบ และพิจารณาความสมเหตุสมผลมากกว่า

##### 2. การมอบหมายงานให้นักเรียนเขียน

การเขียน เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพซึ่งช่วยให้นักเรียนแสดงแนวคิดเกี่ยวกับจำนวน งานเขียนที่ครูอาจจะมอบหมายให้นักเรียนทำเช่น การเขียนจดหมายเล่าเรื่องถึงการเรียนคณิตศาสตร์ในวันนี้ การเขียนสรุปผลการปฏิบัติงานกลุ่ม การเขียนอธิบายถึงเหตุผลที่ยืนยันคำตอบว่าสมเหตุสมผล เป็นต้น

##### 3. ใช้กระบวนการตั้งคำถามและอภิปรายในห้องเรียน

การใช้คำถามเป็นกระบวนการสำคัญในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ดังตัวอย่าง การใช้คำถามในการสอนเกี่ยวกับเศษส่วน โดยถามนักเรียนว่า " ครูกำลังคิดถึงเศษส่วนอยู่สองจำนวน ซึ่งผลบวกมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 ใครบอกครูได้บ้างว่าเป็นเศษส่วนอะไร " นักเรียนบางคนตอบหรือถามต่อว่า " ทั้งคู่ต้องน้อยกว่า 1 หรือ ทั้งคู่มีค่าน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  " ซึ่งได้รับการตอบจากเพื่อนนักเรียนด้วยกันคนหนึ่งบอกว่า ไม่จำเป็นที่ทั้งคู่จะน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  เพราะว่า จำนวนหนึ่งสามารถเป็น  $\frac{3}{4}$  และอีกจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยมาก ๆ

เช่น  $\frac{1}{10}$  นักเรียนคนเดิมก็แสดงความคิดเห็นหลังจากเพื่อนตอบดังนี้ " ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  อีกจำนวนก็ต้องมากกว่า  $\frac{1}{2}$  " ครูถามนักเรียนต่อว่ามีใครจะบอกอะไรอีกไหมเกี่ยวกับเศษส่วนที่ครูคิด นักเรียนคนหนึ่งตอบว่า " ถ้าผลบวกทั้งสองน้อยกว่า 1 แสดงว่าผลคูณทั้งสองก็น้อยกว่า 1 ด้วย " จากตัวอย่างการใช้คำถามโต้ตอบระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียนเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นอกจากนี้การใช้เครื่องคิดเลขเป็นสื่อการสอนที่ช่วยให้ตั้งคำถามต่างๆ ได้มากมาย เช่น " เมื่อนักเรียนคูณจำนวนเต็มบวกด้วยทศนิยม ระหว่าง 0.9 และ 1.1 ผลคูณจะเป็นอย่างไร " ซึ่งจะเป็นกิจกรรมที่นำมาซึ่งการค้นพบแนวคิดเกี่ยวกับการคูณทศนิยม

#### 4. ให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดและแนวคิดของนักเรียน

ในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ครูควรใช้กิจกรรมที่นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีในการตอบคำถามได้หลายวิธีเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนากลยุทธ์ในการคำนวณได้อย่างยืดหยุ่น นอกจากนี้ครูควรส่งเสริมและให้ความสำคัญกับแนวคิดของนักเรียน เช่น ครูยกตัวอย่างว่า ถ้า  $3\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 15$  แล้ว  $3\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$  จะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 15 และในทำนองเดียวกัน  $3\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$  จะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 15 เพราะอะไร เป็นต้น

#### 5. ยอมรับและส่งเสริมการประมาณค่า

การประมาณค่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญ สำหรับส่งเสริมให้นักเรียนใช้ตัดสินใจคำตอบของตนเองได้ว่ามีโอกาสที่จะถูกหรือไม่ และยังเป็นยุทธวิธีหนึ่งในการคำนวณนอกจากการใช้กระดาษ - ดินสอ การคิดคำนวณในใจ และการใช้เครื่องคิดเลข

เบิร์นส์ (Burns, 1997 : 49 - 54) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนให้กับนักเรียน ที่สอดคล้องกับ รัสและคณะ ในหลายประเด็น ข้อเสนอนั้นมีดังต่อไปนี้

##### 1. ส่งเสริมให้ชั้นเรียนมีการอภิปรายถึงกลวิธีการคำนวณที่หลากหลาย

กระตุ้นให้นักเรียนแสดงถึงกลวิธีที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลของตัวเอง ไม่ว่าจะเป็นการอภิปรายสั้นๆ หรือในบทเรียนยาวๆ การที่นักเรียนแสดงเหตุผลของตัวเองเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถขยายแนวความคิดให้กว้างขึ้น ครูอาจจะเสนอแนะหรือกระตุ้นให้เพื่อนในห้องคิดแก้ปัญหาโดยยุทธวิธีอื่นๆ การบอกเหตุผลของนักเรียน ทำให้ครูรู้ว่านักเรียนกำลังคิด และเข้าใจอย่างไร ดังตัวอย่างเช่น การเล่นเกม มากหรือน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  โดยครูเขียนเศษส่วนบางตัวลงบนกระดานดำ แล้วถามนักเรียนว่า เศษส่วนที่ครูเขียนมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า  $\frac{1}{2}$  โดยอธิบายเหตุผลด้วยว่าเพราะอะไร ดังเช่นนักเรียนคนหนึ่งตอบว่า สำหรับ  $\frac{2}{3}$  ที่ครูเขียนหมายถึงทั้งหมดมีอยู่ 3 ส่วน และ  $\frac{2}{3}$  ก็มีค่าใกล้กับทั้งหมด ในขณะที่อีกคนหนึ่งตอบว่า แก้วสำหรับทานยามีสั้นที่บอก  $\frac{2}{3}$  จะอยู่เหนือเส้นที่บอก  $\frac{1}{2}$  เป็นต้น

##### 2. ส่งเสริมให้มีรูปแบบที่หลากหลายในการคำนวณ

การที่นักเรียนคิดว่ามีเพียงวิธีเดียวในการคำนวณ แสดงถึงการที่นักเรียนไม่สามารถคิดได้ว่ามีวิธีการใดที่เหมาะสมสำหรับสถานการณ์นั้นๆ ดังนั้นในการสอนเพียงวิธีการเดียว หรือกลวิธีเดียวในการคำนวณ จะไม่ช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่ยืดหยุ่นและไม่ได้พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ดังเช่น ในการสอนการหารเศษส่วนกับนักเรียนเกรด 5 (ประถมศึกษาปีที่ 5) ครูเริ่มด้วยโจทย์ที่คุ้นเคยมาก่อน โดยถามว่า

ถ้า  $24 \div 3 = 8$  ใครสามารถบอกเหตุผลได้บ้างว่าทำไม นักเรียนคนที่ 1 ตอบว่า ก็นับครั้งละ 3 จนครบ 24 ก็ได้คำตอบ คนที่ 2 ตอบว่า สามารถวาดลูกก็ 24 ชิ้น แล้ว วงกลม วงละ 3 ชิ้น หลังจากนั้นครูก็ยกคำถามใหม่ โดยถามต่อว่า ถ้าอย่างนั้นลองคิดซิว่า "  $\frac{3}{4}$  หาดด้วย  $\frac{1}{4}$  คำตอบจะเป็นจำนวนนับไหม " นักเรียนคนหนึ่งตอบว่ามี  $\frac{1}{4}$  อยู่ 3 ครั้ง ใน  $\frac{3}{4}$  ดังนั้นคำตอบก็คือ 3 ในขณะที่อีกคนหนึ่งออกไปวาด รูปวงกลมในกระดาน แล้วแบ่งเป็น 4 ส่วน ระบายสี  $\frac{1}{4}$  ส่วน เหลือ  $\frac{3}{4}$  ส่วน จากนั้นก็ทำเครื่องหมาย ทากะบาท ลงในแต่ละ  $\frac{1}{4}$  ส่วน นับจำนวนทากะบาท ได้ 3 อัน ดังนั้น มี  $\frac{1}{4}$  อยู่ 3 ใน  $\frac{3}{4}$  เป็นต้น

### 3. ส่งเสริมการประมาณค่า

การประมาณค่าเป็นกิจกรรมหรือประสบการณ์ สำหรับนักเรียนที่ส่งเสริมการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน การประมาณค่าไม่ใช่การเดา เพราะว่าเรามีข้อมูลบางอย่างให้สำหรับการประมาณ

เบิร์นส์ มีข้อเสนอแนะแนวทางพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มเติมจากของริสและคณะ ดังนี้

1. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน
2. ส่งเสริมการคิดคำนวณในใจ
3. ส่งเสริมกิจกรรมเกี่ยวกับการวัด

นอกจากนี้การใช้กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม โดยมีครูเป็นเพียงผู้เสนอแนะ กระตุ้นให้นักเรียนพูดโต้ตอบ และแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกันเป็นกิจกรรมที่สามารถพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน (Fennell and others. 1993 : 45 - 61) การใช้สื่อการสอน เช่น เครื่องคิดเลขช่วยในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน แมคเชสเนย์และบิดดัลฟี (McChesney & Biddulph. 1994 : 12 - 14) กล่าวว่า เครื่องคิดเลขสามารถส่งเสริมการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของผู้ใช้ได้ ซึ่งไม่ใช่เฉพาะสำหรับตรวจสอบคำตอบอย่างเดียว นอกจากนี้จากงานวิจัยในประเทศต่างๆที่ศึกษาเกี่ยวกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวน โดยส่งเสริมให้มีการใช้เครื่องคิดเลขเป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรมการสอน พบว่าเครื่องคิดเลขสามารถนำมาใช้ในการสร้างสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนได้โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม ( Wheatley. & Shumway 1992 : 2 - 43 ; Charles. 1999 : 11 ; Dessart , DeRidder and Ellington. 1999 : 6; citing Groves and Stacey 1998)

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 26 - 28) ได้เสนอแนะว่าการส่งเสริมการสื่อสารให้นักเรียนแสดงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเรียนรู้ด้วยวิธีทั้งการพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง เป็นการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนมีโอกาสนในการสื่อสารความคิดของตนเองเกี่ยวกับจำนวนออกมาระหว่างการสนทนา นักเรียนเรียนรู้ที่จะรวบรวมความคิดของตนเองผสมผสานความคิดของเพื่อนแต่ละคน ทำให้สามารถสรุปแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนได้ เฟนเนลล์ และคณะ (Fennell and others. 1993 : 45 - 61) กล่าวว่า การฟัง ไม่ใช่รับฟังผู้อื่นพูดอย่างเดียว แต่เป็นการรับฟังซึ่งกันและกันทั้งนักเรียนและครู การฟังที่ดีช่วยให้การสอนประสบผลสำเร็จและเป็นการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

การใช้สื่อการสอน โดยเฉพาะสื่อที่ช่วยให้นักเรียนสร้างรูปแบบความคิดเกี่ยวกับจำนวนหรือสรุปแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนได้ เช่น เครื่องคิดเลข ตารางร้อย ตารางเศษส่วน รูปสัตว์ต่างๆ รูปเรขาคณิตของจริงที่พบในชีวิตประจำวัน เป็นต้น

จากการได้ศึกษาแนวการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยจึงได้สร้างแนวคิดสำหรับสร้างกิจกรรมในการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนดังนี้

1. จัดกิจกรรมที่นำสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน สัมพันธ์กับบทเรียน
2. ใช้การตั้งคำถามให้นักเรียนอธิบายถึงแนวคิดและเหตุผลอย่างสม่ำเสมอ
3. ส่งเสริมให้มีการอภิปรายถึงยุทธวิธีในการคิดคำนวณอย่างหลากหลาย
4. มอบหมายงานให้นักเรียนเขียนอย่างสม่ำเสมอ
5. สอดแทรกกิจกรรมการคิดคำนวณในใจพร้อมทั้งอภิปรายถึงกลวิธีที่ใช้ในการคิด ทุกคาบเรียน ประมาณวันละ 5 - 10 นาที
6. ส่งเสริมให้ใช้การประมาณค่าทุกคาบเรียน
7. ส่งเสริมให้นักเรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ทั้งที่นักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง และคำตอบที่กำหนดให้
8. ใช้สื่อการสอนที่ส่งเสริมการค้นพบรูปแบบและแนวคิดเกี่ยวกับจำนวน
9. จัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือกิจกรรมกลุ่มพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มเติมอย่างน้อยสัปดาห์ละ 1 ครั้ง
10. จัดกิจกรรมให้นักเรียนสนุกสนานกับการเรียน สร้างแรงจูงใจเราให้ใช้สำนึกเกี่ยวกับจำนวน และเห็นคุณค่า

### 3.2 การประเมินผลสำนึกเกี่ยวกับจำนวน

การประเมินผลสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความสำคัญมากเพราะทำให้ทราบว่า นักเรียนมีการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมากน้อยเพียงใด เคนเนดีและทีปส์ (Kennedy & Tipps, 1994 : 101 - 107) กล่าวว่า การประเมินผลเป็นวิธีการที่ได้ทราบสถานการณ์ และความก้าวหน้าของนักเรียนว่าเป็นไปตามจุดประสงค์ที่กำหนด การให้นักเรียนทำข้อสอบแบบเขียนตอบเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะตรวจสอบความสำเร็จของนักเรียน ไม่สามารถวัดความพร้อมในการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผล ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ ควรมีกระบวนการอื่นๆ ที่ใช้ในการประเมินความก้าวหน้าเกี่ยวกับความเข้าใจในจำนวนของนักเรียนซึ่งควรประกอบด้วย การทดสอบ การประเมินจากงานเขียน การสังเกต การสัมภาษณ์ และเพิ่มคะแนนสอดคล้องกับ เบิร์นส์ (Burns, 1997 : 50) ที่กล่าวว่า การประเมินสำนึกเกี่ยวกับจำนวนด้วยการให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของเขาโดยการพูดหรือการเขียน ข้อมูลที่ได้จากนักเรียนจะมีประโยชน์กับครูเป็นอย่างมาก และครูควรตั้งคำถามที่ต้องการเหตุผลไม่ใช่ต้องการคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ครูไม่สามารถจะจัดให้มีการสัมภาษณ์นักเรียนทุกคนเป็นรายบุคคลได้ เพราะว่ามีเวลาที่จำกัดครูควรมีการเตรียมคำถามอย่างดีในการถามนักเรียนระหว่างการเรียนการสอนจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ครูประเมินได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด

เฟนเนลล์และคณะ (Fennell and others. 1993 : 49 - 69) เสนอว่าสิ่งสำคัญในการประเมินผล การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนก็คือประเมินจากคำตอบ จากวิธีการ และจากความเข้าใจอย่างลึกซึ้งใน คำตอบนั้น ครูจึงควรประเมินด้วย การตั้งคำถาม การสังเกต การสัมภาษณ์ และการประเมินผลงานของ นักเรียน การประเมินแต่ละแบบสามารถทำได้ทุกวันในห้องเรียน ซึ่งรายละเอียดของการวัดแต่ละวิธีมีดังนี้

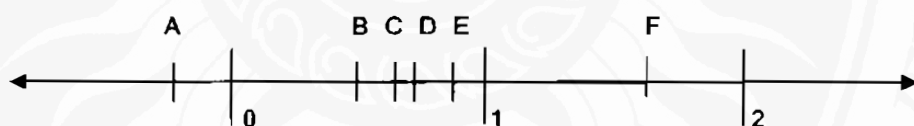
1. การใช้คำถาม นักเรียนอาจตอบคำถามของครูโดยการพูด หรือการเขียน ซึ่งช่วยให้ทราบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและมีเหตุผลอย่างไร

2. การสังเกต เป็นเครื่องมืออีกอย่างหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการประเมินพัฒนาการของนักเรียน เช่น สังเกตจากการพูดคุยของนักเรียนกับเพื่อนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือสังเกตจากการปฏิบัติ นอกจากนี้การที่ครูให้นักเรียนทำงานหรือตอบคำถามของครูแล้วอาจจัดให้มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสังเกตการ ทำงานการตอบของเพื่อน ก็ถือว่าเป็นการสังเกตแบบหนึ่ง

3. การสัมภาษณ์ เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพทำให้ทราบความคิด หรือแนวคิดของนักเรียน และสามารถช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนมีโอกาสสื่อสารซึ่งกันและกัน

4. การตรวจผลงานของนักเรียน ผลงานของนักเรียนสามารถแสดงถึงความรู้ของนักเรียนที่ เครื่องมือวัดบางอย่างไม่สามารถวัดได้

รีส์ และคณะ (Reys and others. 1991 : 11 - 13) กล่าวถึง การประเมินผลสำนึกเกี่ยวกับ จำนวนด้วยการฟังนักเรียนอธิบายความคิดจากการอภิปรายในห้องเรียน การสนทนากับนักเรียน การสนทนา ในขณะที่ทำงานกลุ่มของนักเรียน การสังเกตเด็กที่แสดงออกถึงความเข้าใจ การประเมินจากการเขียนของ นักเรียนแต่ละคน โดยใช้แบบสังเกตที่สร้างขึ้นเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับนักเรียนระหว่างการอภิปรายหรือทำ กิจกรรมในห้องเรียน เช่นครูให้นักเรียนบอกจำนวนที่แทนด้วยจุด B โดยให้นักเรียนอธิบายเหตุผล ประกอบด้วย



ดังเช่น นักเรียนอาจบอกว่า จำนวนที่แทนจุด B มีค่าใกล้เคียง  $\frac{1}{2}$  มากกว่า  $\frac{1}{3}$  หรือ ประมาณ 0.45 เพราะอะไร เป็นต้น นอกจากนี้ ครูสามารถตั้งคำถามอื่นๆ เช่น ถ้าครูนำ 26 มาคูณกับจำนวนที่แทนจุด C คำตอบควรจะเป็นจำนวนอะไร เพราะอะไร และระหว่างการอภิปรายในห้องครูสามารถตรวจสอบระดับความ เข้าใจในจำนวน หรือวัดระดับพัฒนาการสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนได้ และจากผลการสนทนาทำให้ครู สามารถวางแผนสำหรับชั่วโมงต่อไปได้ด้วย

จากที่กล่าวมานักการศึกษาหลายท่านนำเสนอการประเมินผลสำนึกเกี่ยวกับจำนวนมีความเห็น สอดคล้องกันว่า การประเมินผลควรใช้วิธีการประเมินซึ่งควรประกอบด้วย การวัดจากการทำแบบทดสอบ การ สังเกต จากการทำกิจกรรมทั้งงานกลุ่มและงานเดี่ยว จากการอภิปรายในห้องเรียน และจากการเขียนของ นักเรียน ผู้วิจัยจึงใช้การประเมินผลตามที่กล่าวมาสำหรับการวิจัยครั้งนี้

#### ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสำนักเกี่ยวกับจำนวน

ได้มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาสนใจศึกษาสำนักเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียน การพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวน และสิ่งที่สัมพันธ์กับสำนักเกี่ยวกับจำนวนในหลายๆ ด้าน ดังนี้

ฮอสฟอร์ดและสกอตต์ (Hosford & Scott. 1986 : 30) ได้พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมสำนักเกี่ยวกับจำนวนซึ่งประกอบด้วย การคิดคำนวณในใจ และการประมาณค่าด้วยการคิดวิธีลัด ใช้เวลา 10 นาทีของทุกคาบการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติ เป็นเวลา 12 สัปดาห์ โดยแต่ละสัปดาห์ สอนเนื้อหาและกลวิธี 3 วัน อีกหนึ่งวันเป็นการฝึกทักษะ และอีกหนึ่งวันเป็นการทดสอบ ผลจากการนำโปรแกรมนี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยโปรแกรมมีคะแนนทักษะด้านสำนักเกี่ยวกับจำนวนสูงขึ้น

ทอมสกอตต์ (Scott. 1987 : 1409 - 1410 A) ได้พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมสำนักเกี่ยวกับจำนวนเป็นการพัฒนาอย่างต่อเนื่องมาจากของฮอสฟอร์ดและสกอตต์ แต่เน้นที่ทักษะการคิดคำนวณในใจอย่างรวดเร็วและถูกต้อง เน้นที่ทักษะการประมาณค่า เขาได้ทำการศึกษาดังกล่าวถึงผลของการใช้โปรแกรมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกด้วยโปรแกรมมีการพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนเพิ่มขึ้น และความสามารถทางด้านสำนักเกี่ยวกับจำนวนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับคะแนนผลสัมฤทธิ์การนำคณิตศาสตร์ไปใช้และการคำนวณ ค่าเฉลี่ยของคะแนนการนำคณิตศาสตร์ไปใช้และคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่มีความสามารถคล้ายคลึงกันอย่างน้อยมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อคณิตศาสตร์และมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์

ลินชาร์ด (Lynchard. 1989 : 1686 - A) ได้ศึกษานักเรียนเกรด 6 (ประถมศึกษาปีที่ 6) พบว่าความสามารถในการประมาณค่ามีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้ในทักษะพื้นฐาน ความสามารถในการคำนวณ การคิดแบบอิสระ ฟังหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เกย์ (Gay. 1990 : 454 - A) ได้ศึกษาสำนักเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเปอร์เซ็นต์กับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นโดยศึกษาทักษะสำนักเกี่ยวกับจำนวนในด้าน ความเข้าใจความหมายของจำนวนในรูปแบบของเปอร์เซ็นต์และการรู้ผลเชิงสัมพัทธ์ของเปอร์เซ็นต์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของเปอร์เซ็นต์ด้วยภาพที่ต่อเนื่อง ดีกว่า ภาพที่แยกจากกัน และนักเรียนใช้ 50% กับ 100% เป็นตัวอ้างอิง นอกจากนี้นักเรียนบางคนใช้ เศษส่วน การประมาณค่า และการคิดในใจในการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์อย่างได้ผล

ทอมป์สัน (Tompson. 1991 : 1675 - A) ได้ศึกษาถึงผลการสอนการคิดคำนวณในใจ ต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนเกรด 4 (ป. 4) พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการคิดคำนวณมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ลี (Lee. 1993:2886- A) ได้ศึกษาการใช้สำนักเกี่ยวกับจำนวนกับความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีปัญหา 7 ข้อ ผู้วิจัยจะถามนักเรียนว่าคิดอย่างไร โดยการให้วาดรูปประกอบแสดงแนวคิด หรือบอกตัวอย่างในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับปัญหา ผลการศึกษาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่มีแสดงถึงการเป็นผู้ที่มีสำนักเกี่ยวกับจำนวนที่ดี ยังมีปัญหาทางการประมาณทั้งจำนวนนับและเศษส่วน มีปัญหาความเข้าใจในความหมายของการคูณและการหาร แต่นักเรียนสามารถคิดคำนวณ

จาก ประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ได้ การศึกษาไม่พบความแตกต่างระหว่างเพศในการแสดงความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์

มาร์โควิตส์และชาวเดอร์ (Markovits & Sowder, 1994 : 4 - 29) ได้ศึกษาผลของโปรแกรมการสอนกับนักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) โดยมีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนด้วยโปรแกรมการสอนเน้นที่ขนาดของจำนวน การคิดคำนวณในใจและการประมาณค่า ครูผู้สอนในโปรแกรมเป็นครูประจำชั้นที่มีประสบการณ์ในเรื่องทั้งสามที่สอน โดยกิจกรรมการสอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการสำรวจทดลองเกี่ยวกับจำนวนทั้งความหมายของการจำนวน ความสัมพันธ์ของจำนวน และสร้างขั้นตอนวิธี การวัดผลใช้การทดสอบและสัมภาษณ์ก่อนการทดลองและทันทีหลังการทดลอง นอกจากนี้จะทดสอบอีกครั้งหลังจากการทดลองมา 6 เดือนเพื่อดูความคงทน ปรากฏว่านักเรียนยังคงชอบใช้ยุทธวิธีที่แสดงถึงการมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวน แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงในด้านการใช้สำนึกเกี่ยวกับจำนวนคงอยู่ในระยะยาว (8 เดือน)

รีส์และคณะ (Reys and Others 1995 : 304 - 324) ได้สำรวจความสามารถในการคิดคำนวณในใจ และกลวิธีคิดคำนวณในใจของนักเรียนเกรด 2 (ประถมศึกษาปีที่ 2) เกรด 4 (ประถมศึกษาปีที่ 4) เกรด 6 (ประถมศึกษาปีที่ 6) และเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ในประเทศญี่ปุ่น โดยสัมภาษณ์นักเรียนที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบการคิดคำนวณในใจได้คะแนนสูงและปานกลางเป็นรายบุคคลถึงกลวิธีที่ใช้ ปรากฏว่านักเรียนใช้กลวิธีคิดคำนวณที่หลากหลายกับทุกประเภทของจำนวน (จำนวนนับ ทศนิยม เศษส่วน) และระดับชั้นของนักเรียนมีผลต่อความแตกต่างด้านความสามารถในการคิดคำนวณในใจ

รีส์และแยง (Reys and Yang, 1998 : 225 - 237) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ด้านการคำนวณกับสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนเกรด 6 (ประถมศึกษาปีที่ 6) และเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ในไต้หวันโดยการสำรวจ ผลปรากฏว่า นักเรียนทำคะแนนการทดสอบการคิดคำนวณโดยวิธีใช้กระดาษ - ดินสอดูสูงกว่าคะแนนทดสอบสำนึกเกี่ยวกับจำนวน ซึ่งอาศัยการคิดในใจโดยไม่มีการทด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เวเบอร์ (Weber, 1999 : 40 - 58) ได้ศึกษาผลการสอนที่เน้นแนวคิดของจำนวนต่อกระบวนการคิดคำนวณในใจ ของนักเรียนเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้แผนการสอนที่ผู้วิจัยคิดขึ้นซึ่งเน้นแนวคิดของจำนวนแทนแผนการสอนของโรงเรียน ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์การคิดคำนวณในใจเพิ่มขึ้น และหลังจบการทดลองหลายเดือนก็ยังปรากฏถึงการคงทน แสดงถึงการสอนที่เน้นความรู้ ความเข้าใจแนวคิดของจำนวน ช่วยนักเรียนจำกระบวนการคิดคำนวณ และการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา

แฮนสันและโฮแกน (Hanson & Hogan, 2000 : 486 - 496) ได้ศึกษาทักษะการประมาณค่าการคิดคำนวณของนักศึกษามหาวิทยาลัย จากการสัมภาษณ์นักศึกษาผู้วิจัยแยกกลวิธีที่นักศึกษาใช้ แตกต่างกันรวบรวมได้ 23 แบบ และจากการทำแบบทดสอบการประมาณค่า ปรากฏว่า นักศึกษาตอบโจทย์ที่เป็นการบวก การลบจำนวนเต็มบวกได้ถูกต้องมากกว่าโจทย์การคูณ การหารทศนิยม และการลบเศษส่วน

อุษา คงทอง (2539) ได้ศึกษาสำนึกทางด้านจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยส่วนหนึ่งเป็นการศึกษาประสิทธิผลของการใช้โปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน พบว่าเมื่อกำหนดให้ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความรู้พื้นฐานเดิม เป็นตัวแปรร่วม นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน มีคะแนนเฉลี่ยของสำนึกทางด้านจำนวน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

นพพร แหยมแสง (2544) ได้ศึกษาการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยมีการจัดกิจกรรมพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน แทรกในการเรียนการสอนเนื้อหาตามปกติ ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงขึ้นหลังจบการทดลองและกลุ่มทดลองมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงกว่ากลุ่มควบคุมหลังการทดลอง

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสามารถพัฒนาได้ และมีความคงทน ถ้ามีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนให้กับนักเรียน และยังพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์ และมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์อีกด้วย