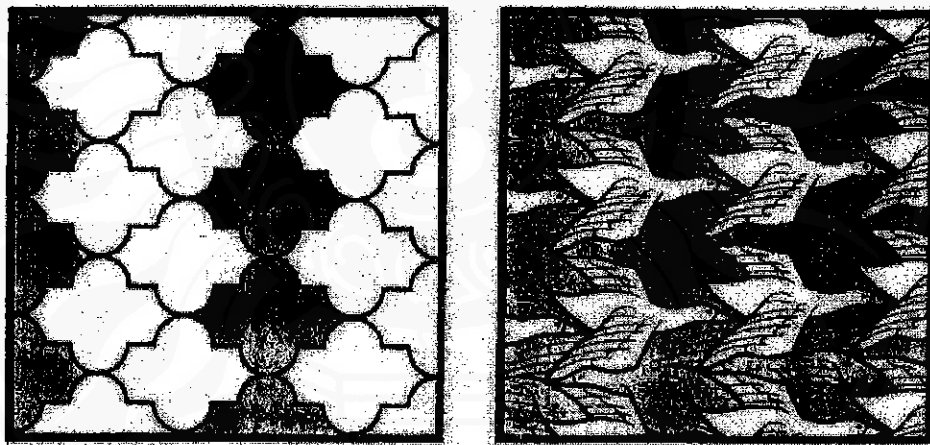


## เทสเซลเลชัน (Tessellations)

เรียบเรียงโดย อาจารย์เอมอร สิทธิรักษ์

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนต้องการประสบการณ์ที่ทำให้พวกเขาคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีประโยชน์ ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ นักเรียนมีความรู้สนุกสนานในการเรียน ไม่ใช่วิชาที่ต้องคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว กิจกรรมการออกแบบ “เทสเซลเลชัน” เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ เหมาะสำหรับเด็กตั้งแต่ประถมศึกษาถึงมัธยมศึกษา เป็นกิจกรรมที่รวมคณิตศาสตร์กับศิลปะได้อย่างสวยงาม

ในชีวิตประจำวันเราเห็นลวดลายของกระดาศปิดฝาผนังห้องนอน ห้องน้ำ หรือลวดลายกระเบื้องที่ปูพื้น และลวดลายอื่นๆ จะมีลายเป็นรูปเหมือนกันที่เติมเต็มพื้นที่ได้อย่างสวยงาม น่าทึ่งและอัศจรรย์ ดังตัวอย่าง ดังนี้



รูปที่ 1

เทสเซลเลชัน เริ่มต้นด้วยนักศิลปินชาวอิสลามได้สื่อความรู้ ความซาบซึ้ง ในคณิตศาสตร์ของตนเองในรูปแบบของศิลปะ ดังตัวอย่าง ศิลปะ “ Alhambra ” เป็นศิลปะที่วาดไว้ใน Moorish Palace in Granada ประเทศสเปน ต่อมาใน ค.ศ. 1936 นักศิลปะชาวดัตช์ ชื่อ M.C. Escher ได้เดินทางไปเที่ยวประเทศสเปน เกิดความซาบซึ้งในลักษณะ

\* เอมอร สิทธิรักษ์ (กศ.บ. วท.บ. Ed.S) อาจารย์ประจำโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช

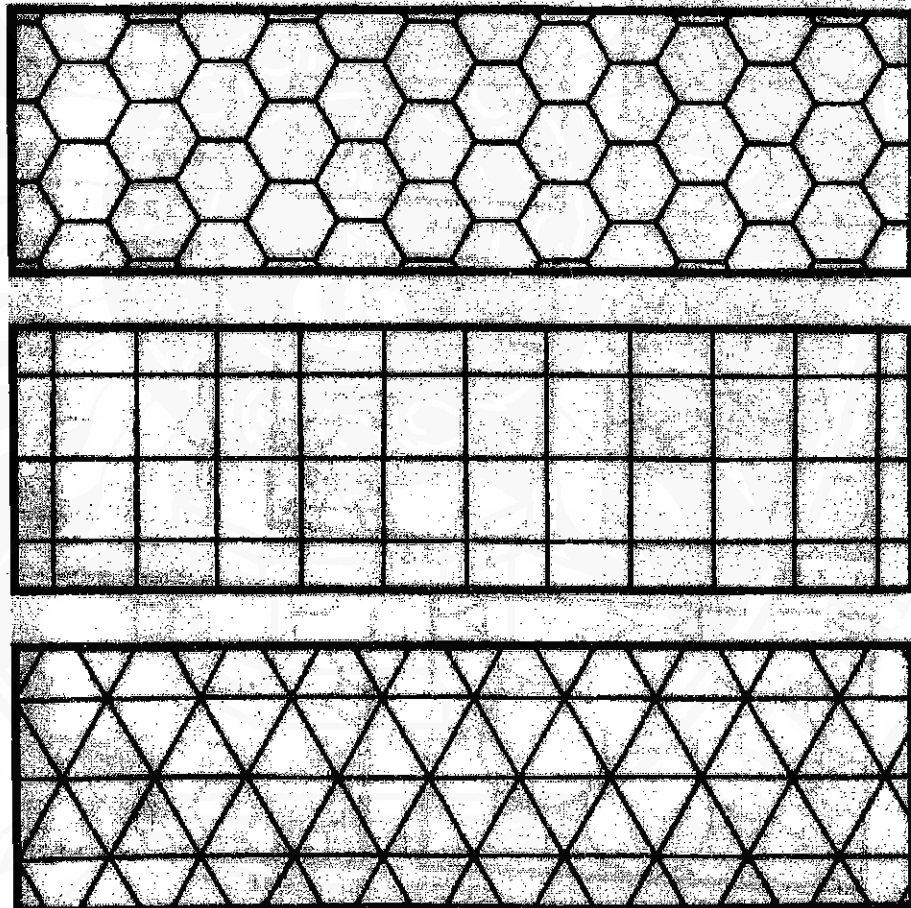
ของศิลปะแบบนี้ จึงได้นำมาเผยแพร่จนเป็นที่รู้จักจนถึงปัจจุบัน และได้เรียกศิลปะแบบ Alhambra ว่า เทสเซลเลชัน

**เทสเซลเลชัน** คือ การจัดรูปปิดหลายรูปให้คลุมระนาบ โดยไม่ให้เกิดการเหลื่อมล้ำ หรือ ซ้อนทับกันระหว่างรูป และไม่ให้มีช่องว่างในระนาบเหลืออยู่

### ชนิดของเทสเซลเลชัน

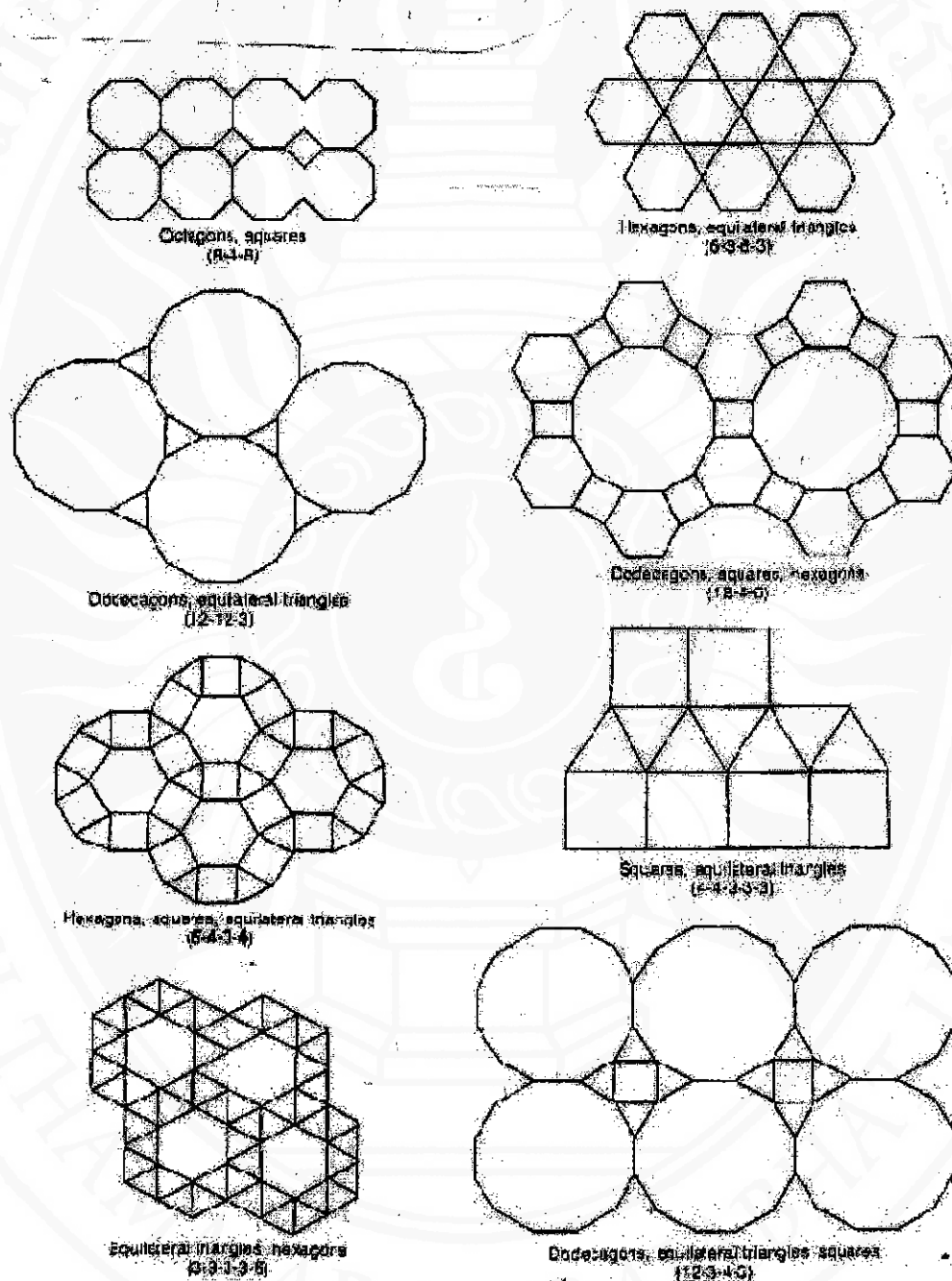
1 Polygonal Tessellations หมายถึง เทสเซลเลชันที่ประกอบด้วยรูปหลายเหลี่ยม เช่นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม เป็นต้น โดยแยกเป็นชื่อเฉพาะดังนี้

1.1 Regular Tessellations หมายถึง เทสเซลเลชันที่ประกอบด้วยรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ได้แก่ สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม และหกเหลี่ยมด้านเท่า เท่านั้น ดังรูป



รูปที่ 2

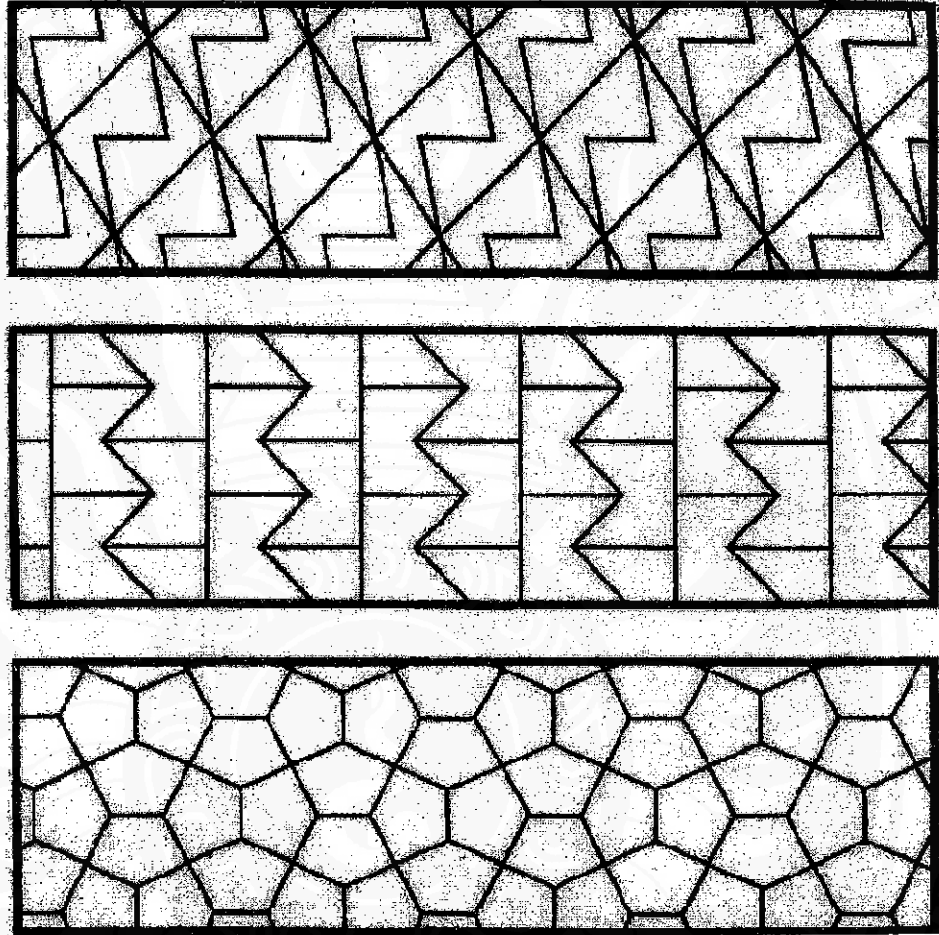
1.2 Semiregular Tessellations หมายถึง เทลเซลเลชันที่ประกอบด้วยรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตั้งแต่ 2 รูปขึ้นไป เรียกชื่อตามด้านของรูปเหลี่ยมที่มาประกอบกันที่จุด Vertex ดังรูป



รูปที่ 3

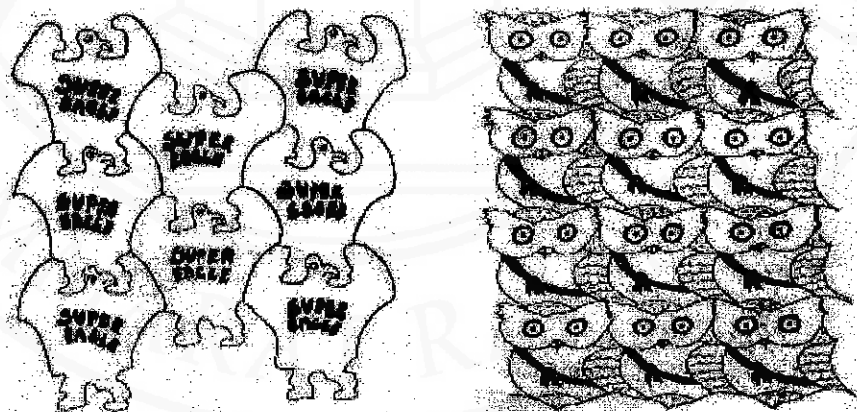
หมายเหตุ Semiregular Tessellations มีเพียง 8 รูปเท่านั้น

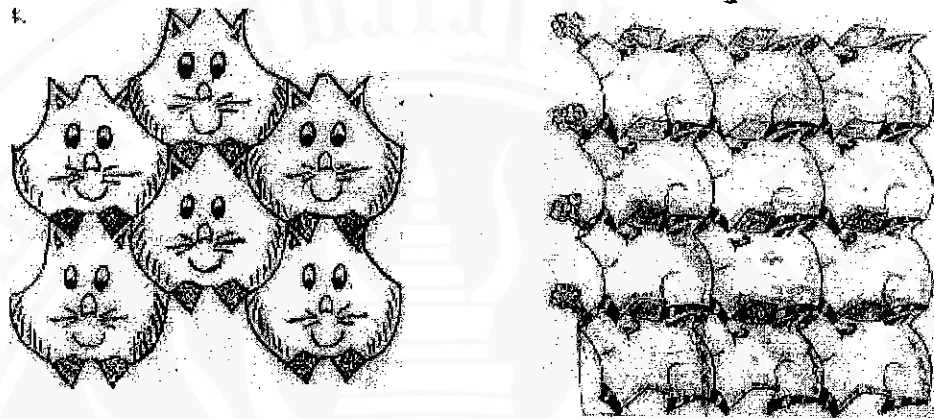
1.3 Nonregular Polygonal Tessellations หมายถึง เทสเซลเลชันที่ประกอบด้วยรูปหลายเหลี่ยมใดๆ ที่ไม่ใช่ regular Polygons ดังรูป



รูปที่ 4

1.4 Nonpolygonal Tessellations หมายถึง เทสเซลเลชัน ที่ประกอบด้วยรูปปิดที่ไม่ใช่ polygons ทั้งหมด ดังรูป

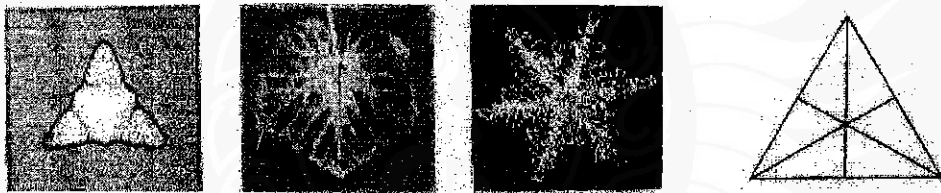




รูปที่ 5

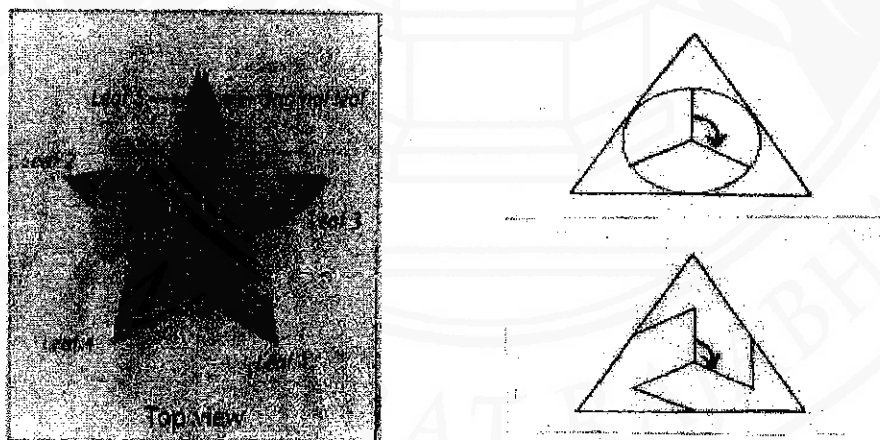
**ความรู้พื้นฐานเบื้องต้นในการสร้างเทสเซลเลชัน**

1. รูปที่สมมาตร คือรูปที่มีแนวเส้นตรงที่แบ่งรูปออกเป็นสองส่วน เท่าๆ กัน โดยแต่ละส่วนเป็นภาพสะท้อนซึ่งกันและกัน แนวเส้นตรงนั้นเรียกว่า **เส้นสมมาตร**



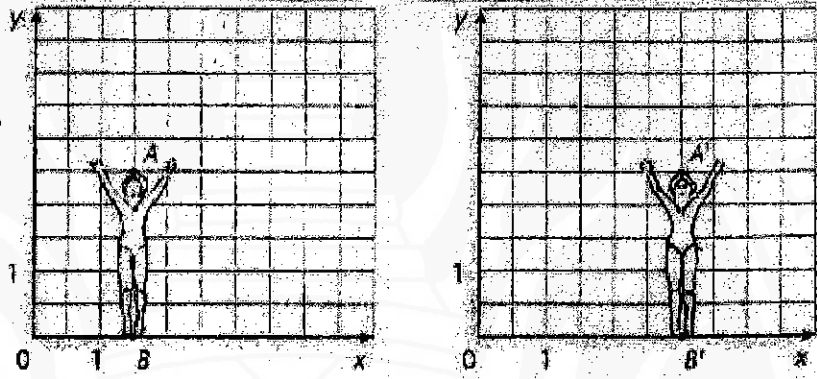
รูปที่ 6

2. การหมุนสมมาตร หมายถึง การหมุนที่กลับมาทับที่เดิมได้สนิทหลังจากการหมุนรอบจุดศูนย์กลาง ใบน้อยกว่า 360 เรียกจุดศูนย์กลางนั้นว่า **จุดหมุนสมมาตร** ดังเช่น



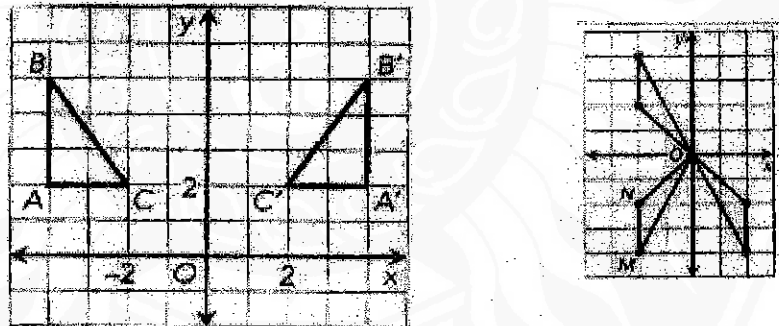
รูปที่ 7

3. การเคลื่อนที่ขนาน (Translation) หมายถึง การเคลื่อนรูปไปตามแนวขนานแนวใดแนวหนึ่ง โดยจุดแต่ละจุดเคลื่อนไปในทิศทางเดียวกัน และมีระยะทางเท่ากันระหว่างรูปเดิมและรูปใหม่



รูปที่ 8

4. การสะท้อน (reflection) หมายถึง การพลิกรูปตามแนวเส้นใดเส้นหนึ่ง โดยรูปเดิม และรูปที่เกิดขึ้นใหม่มีความเท่ากัน ดังรูป



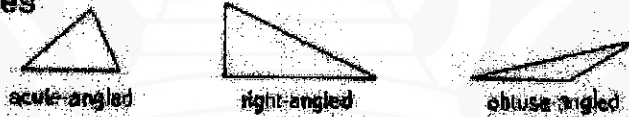
รูปที่ 9

**กิจกรรมการออกแบบลวดลายทศเหลี่ยม**

ในการทำกิจกรรมการออกแบบลวดลายทศเหลี่ยมในชั้นเรียน เริ่มจากให้นักเรียนเข้าใจความหมายของทศเหลี่ยมก่อนลงมือออกแบบลวดลาย ดังกิจกรรมที่นำเสนอต่อไปนี้

1. ใช้รูปเรขาคณิตต่างๆ เช่น สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน สามเหลี่ยมหกเหลี่ยมด้านเท่า หรือรูปเหลี่ยมอื่นๆ ดังภาพ

**Triangles**

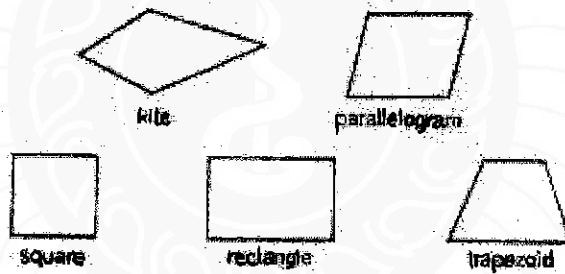


**Quadrilaterals**

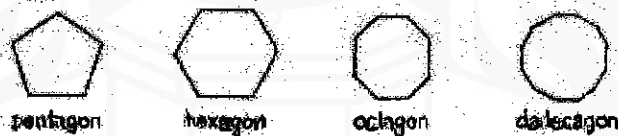
Basic quadrilateral shape:



Specific quadrilaterals:



**Other Polygons**

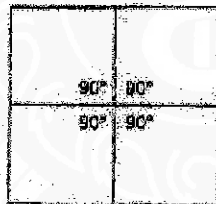


ภาพที่ 10

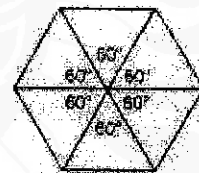
หมายเหตุ : ครูควรมีรูปเรขาคณิตให้นักเรียนทุกคนตามจำนวนที่เห็นว่าพอเหมาะ

2. ให้นักเรียนทดลองนำรูปเรขาคณิตที่ตัวเองมีมาทับลงบนกระดาษ A4 หรือกระดาษอื่นๆ ที่ครูแจก โดยให้นักเรียนปิดกระดาษทั้งหมด สังเกตว่าสามารถนำรูปที่มีมาปิดทับลงบนกระดาษโดยปิดสนิท ไม่มีช่องว่างหรือเกิดการซ้อนทับกันได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
3. ครูให้นักเรียนใช้รูปเรขาคณิตเพียงรูปเดียว เช่น สามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมด้านเท่าหรือหกเหลี่ยมด้านเท่า วาดลงบนกระดาษวาดเส้นรอบรูป แล้วยกมาวาดให้ต่อไปเรื่อยๆ จนเต็มหน้ากระดาษ ครูสนทนากับนักเรียน ให้นักเรียนสังเกตว่า สามารถปิดกระดาษได้ทั้งหมดหรือไม่
4. ครูสนทนากับเด็กเกี่ยวกับรูปภาพในลักษณะนี้ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น บนทางเท้าพื้นที่ปูด้วยกระเบื้อง หรือลวดลายที่ฝาผนัง ครูยกตัวอย่างรูปลวดลายต่างๆ ที่นักเรียนพบตามที่ต่างๆ
5. นักเรียนควรมีโอกาสที่จะใช้รูปเรขาคณิตตามความต้องการในการสร้างเทสเซลเลชันทั้งรูปที่สร้างได้และไม่ได้ ดังรูป

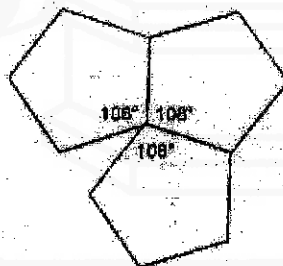
Not all shapes tessellate.



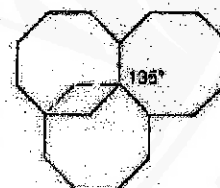
Squares tessellate.



Equilateral triangles tessellate.



Pentagons leave gaps.



Octagons overlap.

ภาพที่ 11

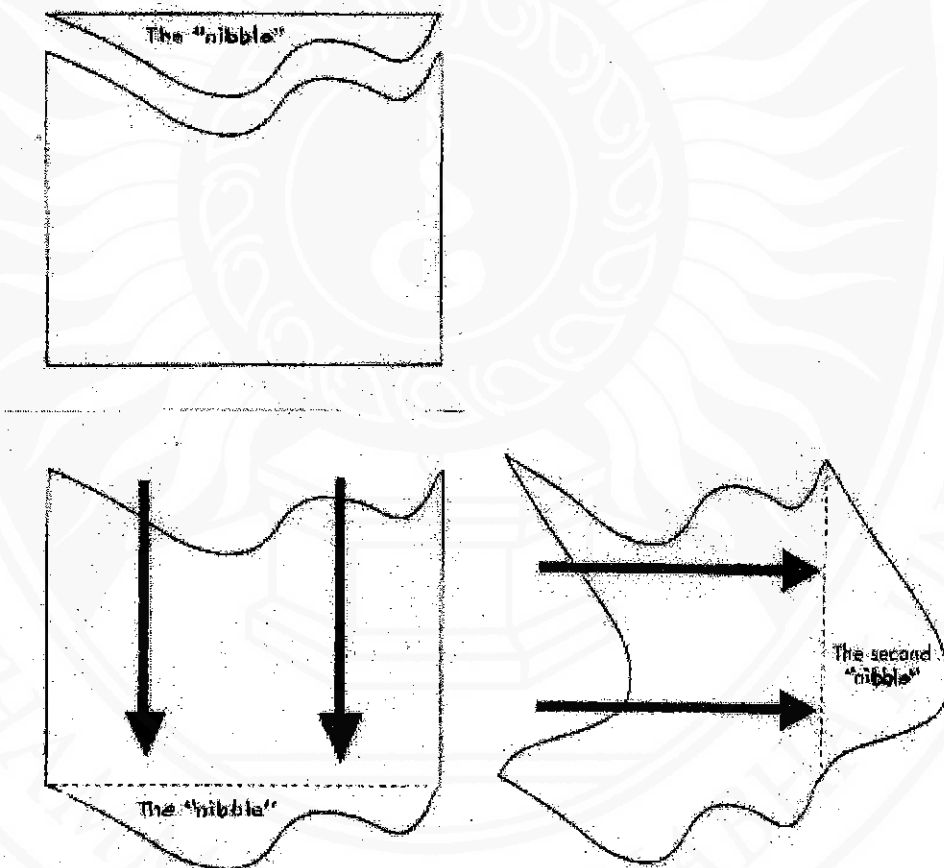


6. ครูสามารถสอนคำต่างๆ จากการออกแบบลวดลายเทสเซลเลชัน ดังเช่น ความหมายของ รูปเหลี่ยมต่างๆ ขนาดของมุม ด้านตรงข้าม การหมุน การหมุนสมมาตร การเลื่อนขนาน การสะท้อน ความเท่ากันทุกประการ เป็นต้น

7. ครูให้นักเรียนออกแบบลวดลายเทสเซลเลชัน โดยตัวนักเรียนเอง

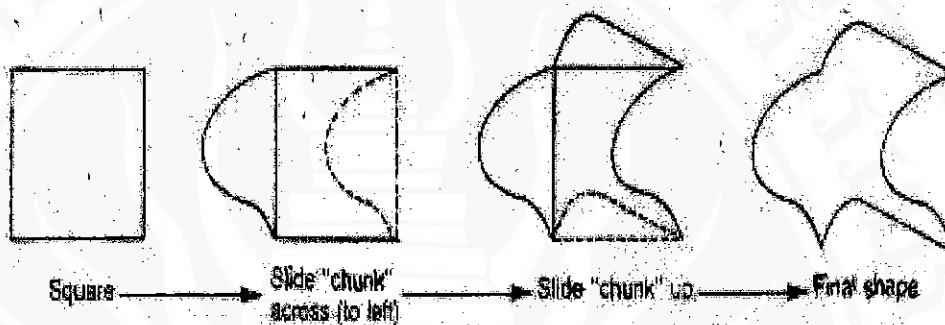
กิจกรรมต่อไปนี้เป็นกรออกแบบลวดลายที่ซับซ้อนขึ้น เช่น การใช้รูปเหลี่ยมตั้งแต่ 2 แบบ ขึ้นไป การใช้รูปที่ไม่ใช้รูปด้านเท่ามุมเท่า การใช้รูปที่ไม่ใช้รูปเหลี่ยม (Nonpolygonal) ดังที่กล่าวมาแล้ว ต่อไปจะนำเสนอกิจกรรมการออกแบบลวดลาย แบบ nonpolygonal tessellations โดยใช้รูปเหลี่ยมที่สามารถมาสร้างเทสเซลเลชันได้เช่น สามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมด้านเท่า หกเหลี่ยมด้านเท่า เป็นต้น

1. การใช้การเลื่อนขนาน ดังตัวอย่าง

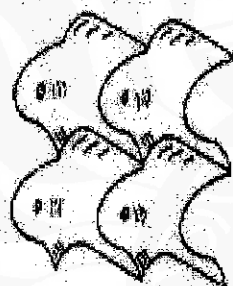


ภาพที่ 12

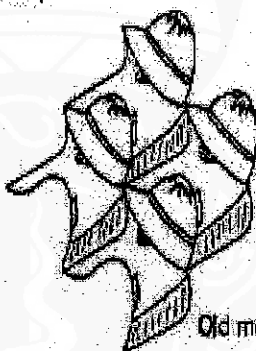
ตัวอย่างการสร้างแบบโดยใช้สี่เหลี่ยมจัตุรัส



Three designs using this tessellating shape:



School of fish



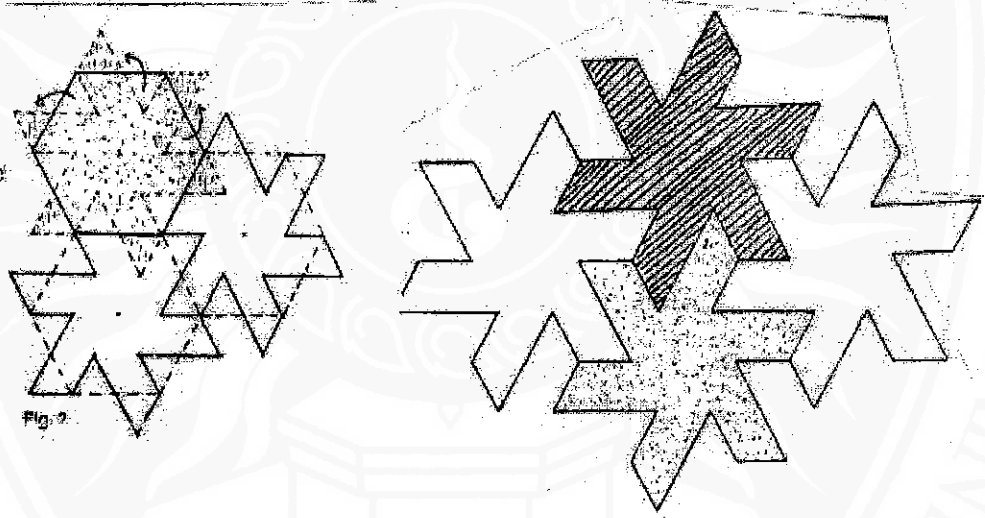
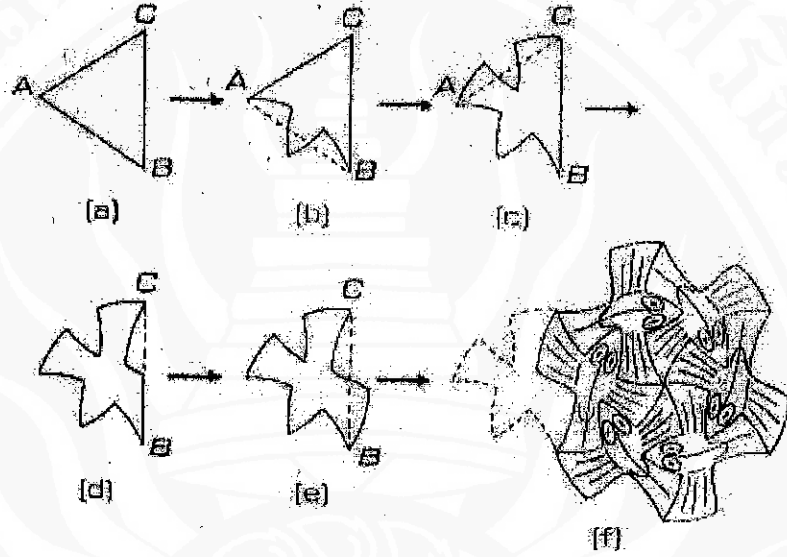
Old men



Wild geese

รูปที่ 13

2. โดยการใช้การหมุน ดังตัวอย่าง



รูปที่ 14

## เอกสารอ้างอิง

รศ.ศักดิ์ดา บุญโต ( 2544 ). เทสเซลเลชันลายทิววง. สถาบันพัฒนาทักษะการคิด  
( ถ่ายเอกสาร ) หน้า 1-18

NCTM. (May. 1995) *Mathematics Teacher*. Volume 88 No. 8 .

Giganti , P. Jr and Cittagino , M. Jo. (March , 1990). *Arithmetic Teacher*. The Art  
of Tessellation. P (6 - 16).

Orton, T. (May, 1998). *Mathematics in School* . Circle Tessellations. P (13 – 21).

Paeker, J. (November , 1998). *Mathematics in School*. The "Ratcher" .P (36 –38).

Kaiser , B. (December , 1988). *Arithmetic Teacher*. Explorations with Tessellating  
Polygons . P (19 – 24)

Purdy , S and Kendall , A . ( 997). *Tessellations เอกสารประกอบวิชา T 467*.  
University of Missouri – Columbia. USA.

Boostein , R and Williamson , J . (1999) *Middle Grades Mathematics*.  
Mc Dougal Littell , USA.